

Lezione 1: come si descrive la posizione dei corpi

1.1. Tutto si muove

Tutto intorno a noi si muove. Le nuvole nel cielo, l'acqua negli oceani e nei fiumi, il vento che gonfia le vele e fa scivolare gli scafi sulla superficie del mare. È difficile trovare esempi di oggetti che siano fermi: di solito l'immaginazione corre a strutture saldamente ancorate al terreno, come ad esempio palazzi o piloni di ponti. Ma sappiamo che perfino in questi casi le apparenze ingannano: si tratta di oggetti fissati alla superficie della Terra, cioè di un pianeta che viaggia attorno al Sole alla velocità di 30 chilometri al secondo!

Quest'ultimo fatto è oggi ben noto alle persone colte, ma non è sempre stato così: anzi, fino al 1543, anno in cui Copernico per la prima volta mise per iscritto l'ipotesi che fosse il Sole e non la Terra a occupare il centro immobile dell'universo, chiunque avrebbe giurato che la Terra è ben ferma con tutto ciò che ad essa è fissato.

1.2. Che cosa significa muoversi?

Stiamo viaggiando lungo un'autostrada: i cartelli chilometrici, con monotona regolarità, ci vengono incontro alla velocità di 100 chilometri all'ora. Un momento! È chiaro che stiamo usando un modo di dire: siamo noi che andiamo incontro ai cartelli, e non viceversa. Noi ci muoviamo, mentre i cartelli sono fermi. Fermi rispetto a cosa? Rispetto alla strada, naturalmente.

Siamo in treno, in stazione, aspettando impazienti la partenza. Alziamo gli occhi dal giornale che stiamo leggendo, e vediamo dal finestrino il treno accanto che scorre via. Ma chi è che si sta muovendo? Avrete forse notato che non si può rispondere fino a quando non fissiamo lo sguardo su qualcosa che sappiamo essere fermo: un pilone della pensilina, per esempio. Se lo vediamo in movimento sappiamo che siamo finalmente partiti, altrimenti era l'altro treno a muoversi.

1.3. Sistemi di riferimento.

Dalle osservazioni precedenti possiamo concludere che per descrivere il moto di un corpo è necessario descrivere la sua posizione rispetto a un oggetto che, in quella particolare circostanza, decidiamo di considerare fermo.

Un oggetto considerato fermo, più l'insieme di regole che servono per misurare la posizione di qualsiasi corpo rispetto ad esso, viene chiamato sistema di riferimento.

Nel sistema di riferimento della strada, noi siamo in moto e i cartelli chilometrici fermi. Nel sistema di riferimento della nostra auto, noi siamo fermi e i cartelli chilometrici in moto. Quando, nel linguaggio comune, diciamo "i cartelli ci vengono incontro", non facciamo altro che metterci in modo automatico nel sistema di riferimento dell'auto.

1.4. Una, due, tre dimensioni

Se un corpo si muove lungo una linea (come un'auto lungo un'autostrada, per esempio) basta un numero per dire dove si trova. Se il moto avviene sopra un superficie occorrono due numeri. Se il moto occupa tutto un volume occorrono tre numeri.

Consideriamo il primo caso. Quando un'auto viaggia lungo l'Autostrada del Sole, per dire dov'è basta specificare, ad esempio, "170 km a sud di Roma", oppure "250 km a nord di Roma" (attenti: con queste informazioni diciamo solo dove l'auto è, e non dove sta andando!). Più in generale, per semplificare al massimo l'informazione, possiamo decidere una volta per tutte di:

- riferire a Roma tutte le misurazioni;
- chiamare direzione positiva quella che va verso sud;
- sottintendere l'unità di misura km.

Le due posizioni precedenti così si possono semplicemente esprimere con "+170" e "-250".

In generale, quando un corpo si muove lungo una linea (► fig.1.1), per dire dove si trova dobbiamo:

- scegliere un'origine, cioè un punto qualsiasi lungo la linea (nell'esempio precedente, Napoli o qualunque altra città andavano bene);
- scegliere una direzione positiva (nord o sud non fa alcuna differenza);
- scegliere un'unità di misura per le distanze (nell'esempio abbiamo scelto il chilometro, ma negli Stati Uniti avrebbero scelto il miglio).

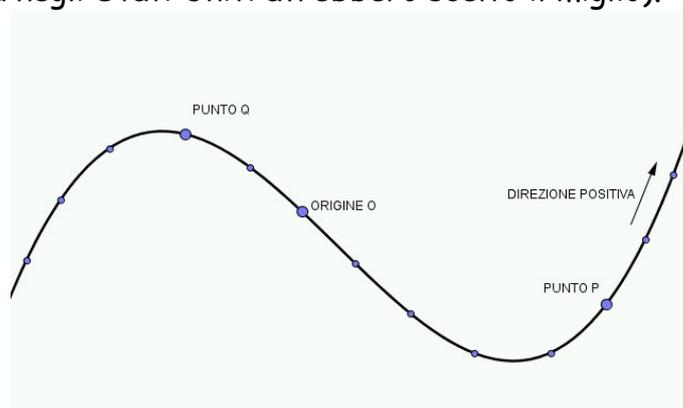


fig.1.1 Posizione di un corpo che si muove lungo una linea.

Tornando alla fig.1.1, scelta l'origine O e la direzione positiva della linea (indicata dalla freccia) fissiamo l'unità di misura e la riportiamo sulla linea. La posizione del punto P è $+5$, quella del punto Q è -2 .

1.5. La posizione su un piano

Consideriamo adesso un oggetto che si muove su un piano, come per esempio una vespa che si sposta sul tavolo rettangolare della cucina alla ricerca di cibo. Per localizzare la posizione della vespa possiamo scegliere uno dei quattro vertici del tavolo e i due spigoli che lo formano: chiamiamoli spigolo 1 (che consideriamo, in modo del tutto arbitrario, come orizzontale) e spigolo 2 (altrettanto arbitrariamente lo consideriamo verticale). Questa volta, scegliamo di misurare le distanze in centimetri. La posizione della vespa è data assegnando una coppia di numeri, nell'esempio $(-15 ; +35)$: vuol dire che si trova 15 cm a sinistra dello spigolo verticale, 35 cm sopra a quello orizzontale (► fig.1.2).

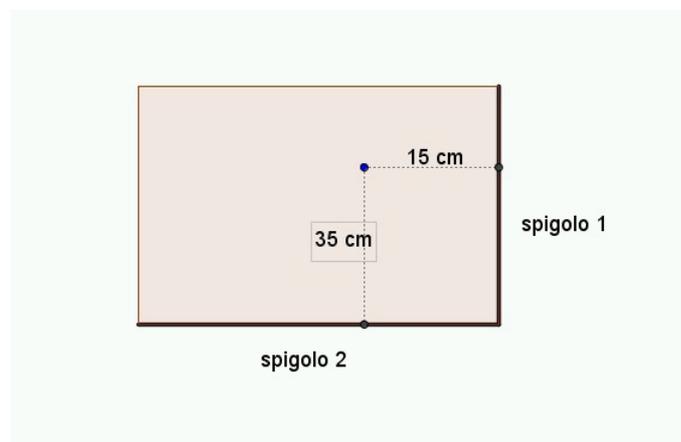


Fig.1.2 Come si determina la posizione di un oggetto in due dimensioni

L'ordine dei numeri, e i segni $+$ e $-$, sono stabiliti dalle seguenti convenzioni:

- il primo numero descrive la posizione rispetto all'asse verticale, il secondo quella rispetto all'asse orizzontale;
- " $+$ " significa "sopra all'asse orizzontale" oppure "a destra dell'asse verticale";
- " $-$ " ha il significato opposto.

Un altro modo con cui possiamo descrivere la posizione di un corpo quando si muove in un piano (► fig. 1.3), oppure nello spazio, è utilizzare i vettori.

Congiungendo l'origine O , che abbiamo scelto come riferimento, con il punto P otteniamo un vettore che indichiamo con il simbolo \vec{s} e chiamiamo vettore posizione.

In questo caso la lunghezza e la direzione del vettore \vec{s} definiscono in modo esatto la posizione del corpo.

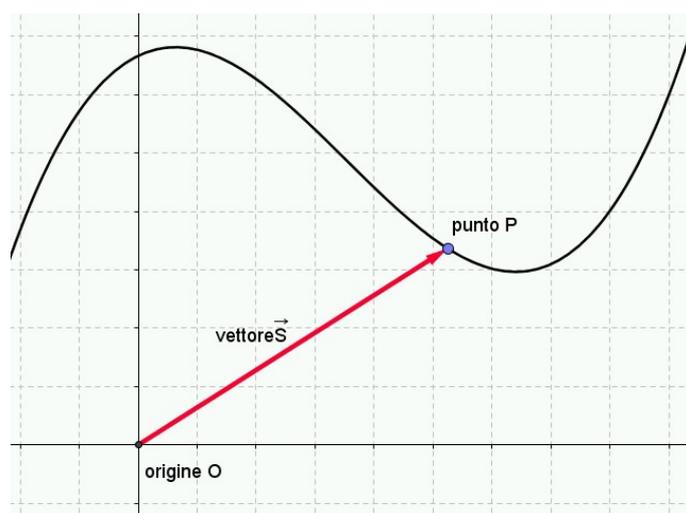


Fig.1.3 La posizione di un corpo che si muove nel piano può essere descritta dal vettore posizione, vettore che indichiamo con il simbolo \vec{S} .

1.6. Unità di misura per la lunghezza.

Abbiamo visto che per descrivere la posizione di un corpo su una linea (o su un piano) è necessario anche stabilire un'unità di misura per la lunghezza, con la quale misurare la distanza del corpo dall'origine (o la lunghezza del vettore posizione).

Definire un'unità di misura per la lunghezza significa scegliere, in modo del tutto arbitrario, una particolare lunghezza come base per esprimere tutte le altre.

Per esempio, quando un architetto egiziano progettava una sala lunga 20 cubiti intendeva utilizzare come unità di misura una particolare lunghezza, scelta convenzionalmente e denominata cubito, e fare in modo che la lunghezza della sala contenesse 20 volte questa unità di misura.

Proprio perché la scelta dell'unità di misura è un fatto convenzionale, in diverse civiltà e in diverse epoche storiche si sono utilizzate unità differenti. La conseguenza, come è facile immaginare, è che la confusione è stata all'ordine del giorno quando si è trattato di scambiare informazioni tra comunità differenti, oppure di interpretare i dati di misure del passato.

La situazione di confusione tra diverse unità di misura è durata fino al termine del diciottesimo secolo. Ai tempi della Rivoluzione Francese il governo rivoluzionario, volendo realizzare i programmi di rifondazione del sapere dei filosofi illuministi e ispirandosi a criteri di razionalità e rigore, decise di definire un'unità di misura che fosse valida "per tutti i tempi e per tutti gli uomini".

La nuova unità di misura si sarebbe chiamata metro, e sarebbe stata pari alla quarantamilionesima parte del meridiano terrestre. Ben detto, ma per costruire la nuova unità furono necessari quasi dieci anni. Infatti bisognava: innanzitutto misurare il meridiano terrestre in una qualche unità di misura già esistente (si utilizzò, in quell'occasione, la tesa), poi era necessario dividere tale misura in quaranta milioni

di parti (si otteneva così il fattore di conversione da tesa a metro, cioè quel numero che moltiplicato per la lunghezza di una tesa dava la lunghezza di un metro) e infine costruire un metro campione che avesse la lunghezza di una tesa moltiplicata per il fattore di conversione.

Il nuovo metro campione aveva l'aspetto di una barra metallica: la distanza che ne separava le estremità era appunto un metro.

Era il 1799, e sembrava che questa fosse la fine della storia: si era realizzato un campione di carattere universale, legato ad una caratteristica oggettiva ed immutabile.

Si trattava viceversa soltanto dell'inizio: misure più accurate fatte nel corso dell'ottocento dimostrarono che il meridiano terrestre non era affatto lungo 40 milioni di metri! Che fare? Si poteva costruire un nuovo campione, oppure tenere quello vecchio, senza più pretendere che rappresentasse proprio quella frazione del meridiano: nel 1875 si scelse la seconda possibilità.

Passarono i decenni, scienza e tecnica fecero progressi straordinari, fino a che si riuscì a misurare lunghezze con una precisione tale da rivelare anche le minime variazioni prodotte sul campione dalle influenze esterne (variazioni di temperatura, di pressione, di umidità...). Si misurò allora il campione di Parigi, confrontandolo con un altro assai più insensibile alle influenze esterne: la lunghezza d'onda della luce emessa da un atomo opportunamente scelto e preparato. Il risultato fu il seguente: il campione di Parigi contiene 1650763.73 volte il nuovo campione. Il metro venne definito come quel preciso numero di lunghezze d'onda, e la barra di metallo venne abbandonata al suo destino di pezzo da museo.

Era questa la fine? No, c'era qualcosa di ancor più universale, di più indipendente da influenze esterne e modalità di osservazione: la velocità con cui un raggio di luce si propaga nel vuoto.

Nel 1983 il metro fu definito come la distanza che la luce percorre in una frazione piccolissima e ben definita di secondo (tale da dare una lunghezza pari a quella del campione precedente, cioè esattamente $1/299792458$ s).

Per ora la storia finisce qui.

1.7. Come passare da un'unità di misura ad un'altra

Tutte le volte che incontriamo una nuova unità di misura, per comprenderne il significato dobbiamo conoscere il fattore di conversione tra la nuova unità e quelle che già conosciamo.

Non è un fatto strano: se viaggiamo negli Stati Uniti, le distanze sulle carte sono indicate in miglia. Se sappiamo che mancano 250 miglia alla meta, e vogliamo sapere quanti chilometri ci restano da fare, dobbiamo conoscere il fattore di conversione da miglia a chilometri.

Poiché il fattore di conversione è 1,609 km/miglio, il conto è presto fatto:

$$\begin{aligned} \text{distanza in km} &= \text{distanza in miglia} \cdot \text{fattore di conversione da miglia a km} = \\ &250 \text{ miglia} \cdot 1,609 \text{ km/miglio} = 402,25 \text{ km} \end{aligned}$$

È un conto molto semplice, ma ci sono alcune cose importanti da notare:

- in un calcolo in cui mescoliamo numeri e unità di misura, dobbiamo eseguire tra le unità la stessa operazione (il prodotto, in questo caso) che eseguiamo tra i numeri, nel nostro caso: $\text{miglia} \cdot \frac{\text{km}}{\text{miglio}}$;
- le unità di misura si possono semplificare nello stesso modo in cui si semplificano i numeri: così come $2 \cdot \frac{5}{2} = 5$, allo stesso modo $\text{miglia} \cdot \frac{\text{km}}{\text{miglio}} = \text{km}$
- il risultato finale deve avere lo stesso numero di cifre significative del dato di partenza; nel nostro caso 250 miglia ha tre cifre significative mentre 402,25 km ne ha cinque. Non va bene! Dobbiamo approssimare il risultato a tre cifre: la risposta corretta è perciò che mancano 402 km alla meta.