

Lezione 4: la velocità

4.1. Velocità media e grafico tempo - posizione

Nella scorsa lezione abbiamo considerato la grandezza velocità media. Essa, come ricordate, è definita così:

$$\text{velocità media} = \frac{\text{distanza percorsa}}{\text{tempo impiegato}} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Dalla definizione si capisce subito un fatto importante: la velocità media non è riferita ad un istante preciso, ma sempre ad un ben preciso intervallo di tempo.

Il simbolo Δ (che si legge *delta*) significa *differenza di*. Se parliamo della posizione S di un corpo che alle 13.08.20" è al chilometro 112 dell'autostrada, mentre alle 13.10.25" è al chilometro 115, allora possiamo dire che:

- lo spostamento è stato $\Delta S = S_{\text{fin}} - S_{\text{ini}} = 115 \text{ km} - 112 \text{ km} = 3 \text{ km} = 3000 \text{ m}$
- l'intervallo di tempo trascorso è $\Delta t = t_{\text{fin}} - t_{\text{ini}} = 13.10.25'' - 13.08.20'' = 2 \text{ min } 5 \text{ s} = 125 \text{ s}$

- la velocità media è stata $v_{\text{media}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{3000 \text{ m}}{125 \text{ s}} = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Consideriamo per esempio (► fig.4.1) il grafico tempo - posizione di un'auto che parte dal semaforo:

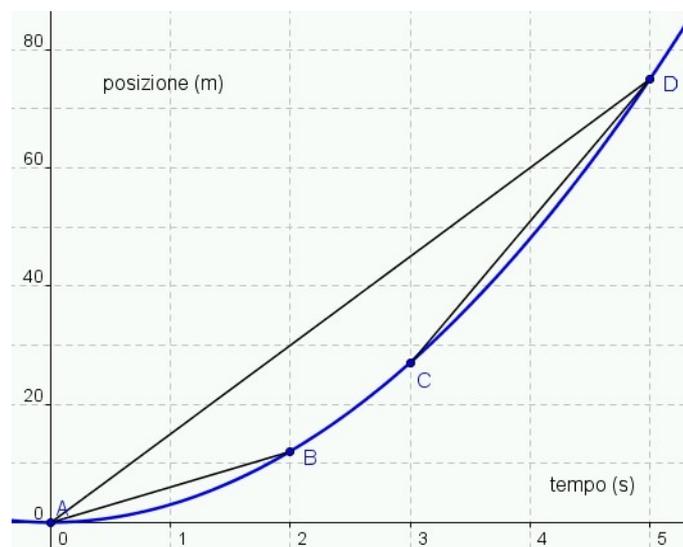


Fig.4.1 il grafico tempo - posizione di un'auto che parte dal semaforo

Per determinare qual è la sua velocità media dobbiamo prima specificare a quale intervallo di tempo ci riferiamo. Se consideriamo i primi due secondi, allora la posizione passa da 0 a 12 m, mentre il tempo passa da 0 a 2 s.

La distanza percorsa è perciò $12 \text{ m} - 0 \text{ m} = 12 \text{ m}$, il tempo impiegato è $2 \text{ s} - 0 \text{ s} = 2 \text{ s}$, la velocità media è:

$$\text{velocità media} = \frac{\text{distanza percorsa}}{\text{tempo impiegato}} = \frac{12 \text{ m}}{2 \text{ s}} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Se invece ci riferiamo agli ultimi due secondi, allora la posizione passa da 27 m a 75 m, mentre il tempo passa da 3 s a 5 s. La distanza percorsa è perciò $75 \text{ m} - 27 \text{ m} = 48 \text{ m}$, il tempo impiegato è $5 \text{ s} - 3 \text{ s} = 2 \text{ s}$, la velocità media è:

$$\text{velocità media} = \frac{\text{distanza percorsa}}{\text{tempo impiegato}} = \frac{48 \text{ m}}{2 \text{ s}} = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Se infine ci riferiamo all'intero percorso, che dura 5 secondi, otteniamo:

$$\text{velocità media} = \frac{\text{distanza percorsa}}{\text{tempo impiegato}} = \frac{75 \text{ m}}{5 \text{ s}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

I valori calcolati (6 m/s, 15 m/s, 24 m/s) rappresentano rispettivamente le pendenze dei segmenti AB, AD, CD riportati in fig.4.1.

Calcolare la velocità media in un dato intervallo equivale a calcolare la pendenza del segmento che unisce il punto iniziale e quello finale del corrispondente grafico tempo - posizione.

4.2. Come si misura la velocità in un ben preciso istante?

Abbiamo visto che la velocità media si riferisce ad un intervallo di tempo che dobbiamo sempre specificare. Ma allora, quando viaggiamo in automobile, come fa il tachimetro a indicare la velocità alla quale stiamo andando in quel preciso istante? Se lo strumento indica 80 km/h, quella non è la velocità media tenuta dall'inizio del viaggio, e nemmeno la velocità media tenuta nell'ultima mezz'ora: 80 km/h è la velocità alla quale stiamo andando nel preciso istante in cui facciamo la lettura! Proprio per questo si chiama velocità istantanea, e il problema diventa "come si può misurare una velocità istantanea?". La risposta è semplice: quella che si misura è in realtà una velocità media, solo che l'intervallo è piccolo ed in pratica non ce ne accorgiamo. Per capire questo concetto conviene studiare il funzionamento di uno strumento ben preciso: il tachimetro da bicicletta, al quale è dedicato il prossimo paragrafo.

Per ora osserviamo soltanto che:

quando il moto è uniforme la velocità istantanea coincide con quella media.

Quindi il problema di definire la velocità istantanea si pone quando la rapidità con cui un corpo si muove cambia con il trascorrere del tempo.

4.3. Il tachimetro da bicicletta

Il tachimetro da bicicletta, cioè lo strumento che ne misura la velocità, funziona così: un magnete fissato ad un raggio passa, ad ogni giro della ruota anteriore, davanti ad un sensore fissato alla forcella. Il sensore, ad ogni passaggio del magnete, emette un impulso elettrico che viene inviato all'unità centrale posta sul manubrio. L'unità centrale contiene:

- una cella di memoria, nella quale si immagazzina la lunghezza della circonferenza della ruota;
- un contatore, che registra gli impulsi trasmessi dal sensore;
- un cronometro, che ad intervalli regolari (ad esempio ogni 3 secondi) azzerava il contatore;

Per calcolare la velocità si procede così:

- si prende il numero indicato dal contatore subito prima che venga azzerato;
- lo si moltiplica per il contenuto della cella di memoria: così facendo si trova la distanza percorsa dall'ultima volta che il contatore era stato azzerato;
- si divide il risultato per l'intervallo di tempo che passa tra un azzeramento e l'altro (nel nostro esempio 3 secondi);

Dunque lo strumento che abbiamo descritto non ci dice la velocità con cui ci muoviamo nell'istante in cui lo guardiamo, bensì la velocità media con cui ci siamo mossi dall'ultima volta in cui era stato azzerato il contatore. Siccome il contatore viene azzerato ogni tre secondi, l'intervallo è piccolo e quasi non ci accorgiamo della differenza.

Va bene: ma se volessimo sapere qual è la velocità della bicicletta nel preciso istante in cui facciamo la lettura? Non esiste alcun metodo, basato sulla misura di tempi e distanze percorse, che ci permetta di rispondere a questa domanda! Tutto quello che possiamo fare con metodi di questo tipo è misurare la velocità media mantenuta in un piccolo intervallo che precede l'istante che ci interessa.

Possiamo così dare la seguente definizione:

la velocità è il rapporto tra distanza percorsa e tempo impiegato, quando l'intervallo di tempo che consideriamo è così breve che nel corso di esso il rapporto non subisce variazioni apprezzabili

La grandezza che fino ad ora abbiamo indicato con la locuzione "velocità istantanea" (per distinguerla da quella media) si chiama semplicemente "velocità".

4.4. Velocità e grafico tempo - posizione

Ragioniamo di nuovo sull'auto che scatta al via, descritta dal grafico tempo - posizione di figura 4.1. Ora ci chiediamo: possiamo dedurre dal grafico qual è la velocità dell'auto tre secondi dopo che è partita? La risposta si può dare con un metodo grafico (► fig.4.2).

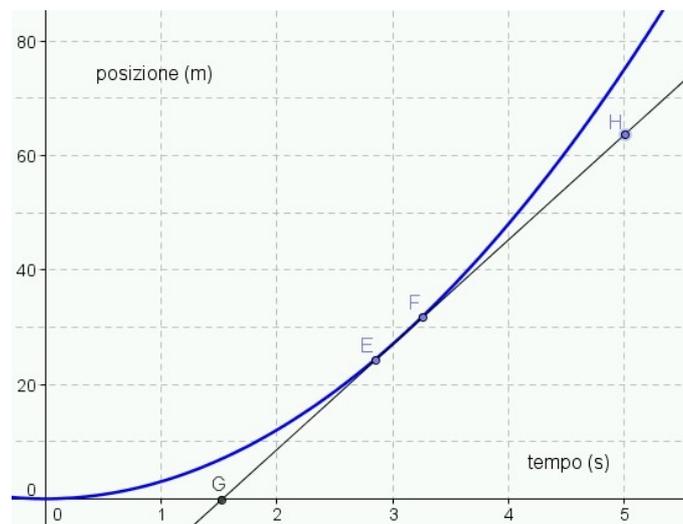


Fig.4.2 la velocità è la pendenza della retta tangente

Abbiamo visto che la velocità media in un certo intervallo è data dalla pendenza del segmento che unisce i punti iniziale e finale relativi a quell'intervallo. La pendenza del segmento EF, quindi, indica la velocità media in un piccolo intervallo intorno all'istante $t=3$ s. Poiché l'intervallo è piccolo, il valore che troviamo è una buona approssimazione della velocità. Per migliorare ulteriormente l'approssimazione bisogna ridurre l'intervallo, avvicinando i punti E e F.

Più E e F sono vicini, più la pendenza del segmento EF si avvicina a quella della tangente al grafico nel punto C del grafico, la cui ascissa è 3 secondi.

In conclusione: la velocità all'istante $t=3$ s si ottiene calcolando la pendenza della tangente al grafico tempo - posizione nel punto corrispondente all'istante $t=3$ s.

Per calcolare la pendenza della tangente usiamo due punti distanti, come G e H: dobbiamo infatti leggere sul grafico le coordinate dei punti, e in questa operazione c'è un margine di incertezza: l'incertezza è percentualmente tanto più rilevante quanto più sono piccoli i numeri sui quali lavoriamo. Calcoliamo perciò la pendenza di GH: con qualche approssimazione possiamo attribuire a G le coordinate (1.5 s , 0 m) e ad H le coordinate (5 s , 64 m). Per la velocità otteniamo allora:

$$\text{velocità} = \text{pendenza del segmento GH} = \frac{64 \text{ m}}{3.5 \text{ s}} = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4.5. Il grafico tempo - velocità

Abbiamo visto che il grafico tempo - posizione registra, istante per istante, la posizione assunta da un oggetto che si muove. Ora che abbiamo definito la velocità, in modo analogo possiamo introdurre un grafico che registra istante per istante la lettura di un tachimetro che misura la velocità dell'oggetto in moto. Il grafico tempo - velocità riporta sull'asse delle ascisse il tempo e su quello delle ordinate la velocità che un oggetto in movimento possiede in quell'istante.

Un grafico di questo tipo è molto importante quando si studia un moto non uniforme. Per esempio interpretando il grafico tempo - velocità del moto di un ciclista (► fig.4.6) possiamo dedurre molte informazioni:

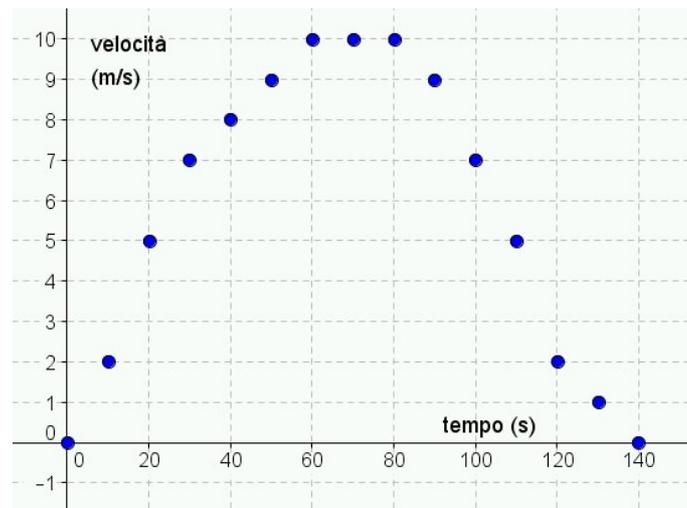


Fig.4.6 grafico tempo - velocità di un ciclista

- Le letture del tachimetro sono state fatte a intervalli di dieci secondi l'una dall'altra;
- Non sappiamo come la velocità sia cambiata nei dieci secondi che separano due letture successive: facciamo quindi l'ipotesi più semplice, e cioè che la variazione sia stata graduale e regolare, senza improvvisi salti;
- Il viaggio descritto dura 140 secondi, cioè 2 minuti e 20 secondi;
- Il ciclista parte da fermo;
- La sua velocità aumenta nei primi 60 s, fino a raggiungere il valore di 10 m/s;
- Questo valore di velocità viene mantenuto per 20 s;
- La velocità, dall'ottantesimo secondo in poi, comincia a ridursi progressivamente, fino a diventare zero dopo 2 minuti e 20 secondi dalla partenza.