Lezione 5: L'accelerazione

5.1. Velocità e accelerazione

Sappiamo che la velocità è una grandezza essenziale per descrivere il movimento: quando la posizione di un corpo cambia nel tempo, allora diciamo che esso possiede una certa velocità; se la posizione cambia ad un ritmo costante, la velocità del corpo è costante.
Come abbiamo visto, quando non abbiamo a che fare con una velocità costante è utile considerare la velocità media, cioè il rapporto tra la variazione di posizione ΔS, che si registra in un intervallo di tempo Δt, e la durata di quell'intervallo di tempo. In formula:

$$v_{media} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Ora vogliamo definire una nuova grandezza, l'accelerazione, che descriva come la velocità di un corpo cambia nel tempo. A tale scopo proviamo a fare un gioco di tipo linguistico: ricopiamo le righe precedenti, mettendo *velocità* al posto di *posizione*, e *accelerazione* al posto di *velocità*. Ecco quello che otteniamo:

"l'accelerazione è una grandezza essenziale per descrivere il movimento: quando la velocità di un corpo cambia nel tempo, allora diciamo che esso possiede una certa accelerazione. Se la velocità cambia ad un ritmo costante, allora diciamo che la sua accelerazione è costante."
La definizione di accelerazione media si può ottenere allo stesso modo.
L'accelerazione media è il rapporto tra la variazione di velocità Δv, che si registra in un intervallo di tempo Δt, e la durata di quell'intervallo di tempo. In formula:

$$a_{media} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Come vedete, abbiamo definito la grandezza accelerazione ricopiando, quasi parola per parola, quel che avevamo detto per definire la grandezza velocità: entrambe, infatti, descrivono il modo in cui qualcosa varia nel tempo: il modo in cui la posizione cambia nel tempo è descritto dalla grandezza velocità; il modo in cui la velocità cambia nel tempo è descritto dalla grandezza accelerazione.
Dalla definizione si ricava che l'accelerazione si misura in metri al secondo quadrato ($\frac{m/s}{s} = \frac{m}{s^2}$).

Se un corpo ha un'accelerazione di 1 m/s^2, vuol dire che la sua velocità aumenta di 1 m/s per ogni secondo che passa. Se ora quel corpo ha una velocità di 5 m/s, tra un secondo avrà una velocità di 6 m/s, tra 10 s la sua velocità sarà diventata di 15 m/s, e così via...

5.2. Effetti dell'accelerazione

Come lo spostamento, anche la velocità è una *grandezza vettoriale* (►fig.5.1): questo significa che per conoscere la velocità con cui un corpo si sposta, non ci basta conoscere la rapidità dello spostamento (cioè quanti metri vengono percorsi al secondo), ma dobbiamo conoscere anche la direzione in cui lo spostamento ha luogo. Il vettore velocità istantanea è sempre tangente alla traiettoria.

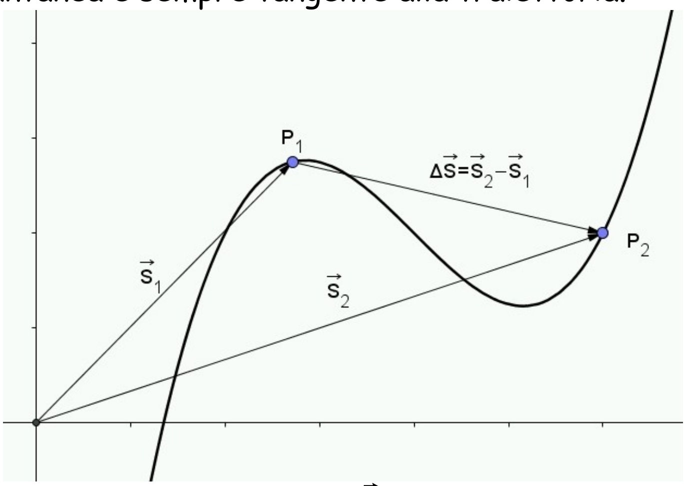

Fig. 5.1 Un corpo che si muove nel piano. $\vec{S}_1$ è il vettore posizione all'istante t_1, $\vec{S}_2$ è il vettore posizione ad un successivo istante t_2. $\Delta\vec{S}$ è lo spostamento subito nel frattempo.

La velocità media nell'intervallo tra t_1 e t_2 è un vettore diretto come $\Delta\vec{S}$. Se t_1 e t_2 sono molto vicini, il vettore velocità è quasi tangente alla traiettoria
Quando diciamo che la velocità di un corpo cambia possiamo perciò intendere più cose diverse tra di loro:

a. la direzione del movimento non cambia, quindi il moto avviene lungo una linea retta, ma cambia la rapidità con cui il corpo si sposta (cioè il numero di metri percorsi al secondo);
b. la rapidità dello spostamento non cambia, ma cambia la sua direzione (►fig.5.2): pensate ad esempio a un'auto che percorre una larga curva senza dover rallentare;
c. cambiano sia la rapidità dello spostamento, sia la sua direzione.

Come abbiamo visto l'accelerazione è la grandezza che descrive in modo quantitativo i cambiamenti di velocità: quindi in tutti e tre i casi elencati in precedenza c'è accelerazione.

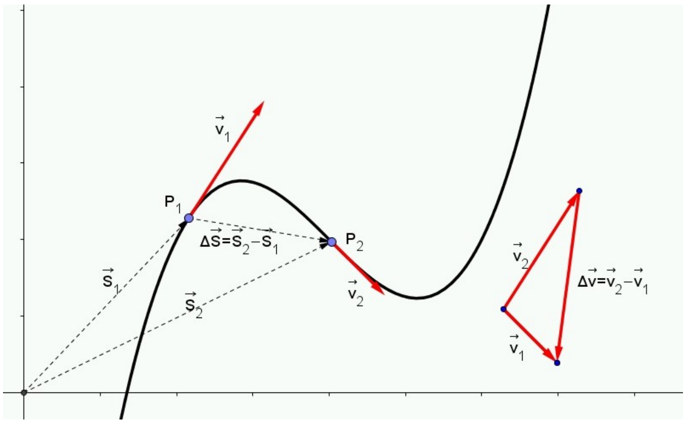

Fig. 5.2 Per lo stesso corpo della fig. precedente sono descritti i vettori velocità. $\vec{v}_1$ è la velocità all'istante t_1, $\vec{v}_2$ all'istante t_2, $\Delta\vec{v}$ è variazione di velocità subita nel frattempo. Il vettore $\Delta\vec{v}$ è diretto verso l'interno della traiettoria.

Benché la definizione di questa grandezza sembri difficile, in realtà quando ci troviamo sopra un qualche mezzo di trasporto percepiamo proprio gli effetti dell'accelerazione.
Se l'autobus sul quale viaggiamo percorre un rettilineo (è il caso a.) ci accorgiamo sia di un aumento sia di una diminuzione nella rapidità dello spostamento. Nel primo caso ci sentiamo spinti all'indietro verso lo schienale del nostro sedile, nel secondo ci sentiamo spinti verso il sedile che ci sta davanti.
Se l'autobus curva (è il caso b.) ci sentiamo spinti verso l'esterno della curva, e l'effetto è tanto più evidente quanto più grande è la rapidità dello spostamento. In alcuni casi questo effetto è spettacolare: pensate alle montagne russe nei luna park!
Viceversa è difficile percepire il movimento quando esso avviene senza variazioni di velocità, o con variazioni minime. Come abbiamo già detto, il moto a velocità costante può essere percepito dalle vibrazioni e dai lievi sobbalzi del mezzo, ma cosa sono vibrazioni e sobbalzi se non piccoli cambiamenti improvvisi nella direzione del moto, cioè accelerazioni?

5.3. Accelerazione e grafico tempo – velocità

Prendiamo in considerazione il movimento di un ciclista rappresentato nel seguente grafico tempo – velocità (►fig.5.3): il ciclista, che inizialmente pedala alla velocità di 10 m/s (punto A), rallenta gradualmente fino a raggiungere, in un tempo di 5 s, la velocità di 5 m/s (punto B). Mantiene inalterata questa velocità per 5 s (punto C), poi gradualmente accelera fino a raggiungere nuovamente la velocità di 10 m/s (punto D)

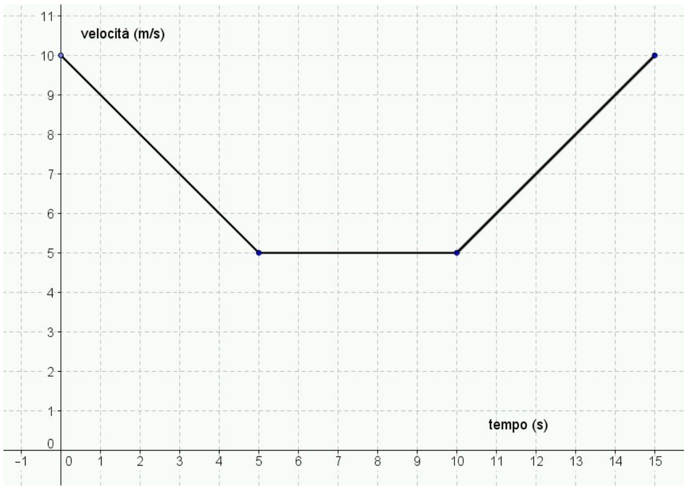

Fig.5.3 Il movimento di un ciclista si può descrivere con un grafico tempo-velocità

Come la pendenza del grafico tempo–posizione descrive la velocità del corpo che si muove, cioè la rapidità con cui cambia la sua posizione, così la pendenza del grafico tempo–velocità ne descrive l'accelerazione, cioè la rapidità con cui cambia la sua velocità. I tre diversi tratti che notiamo nel grafico hanno ciascuno pendenza costante, ciò significa che il ciclista si è mosso con un'accelerazione che è stata costante a tratti.

Il primo tratto (AB) ha pendenza –1 m/s^2, infatti l'accelerazione nei primi cinque secondi vale: $a_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{-5\,\frac{m}{s}}{5\,s} = -1\,\frac{m}{s^2}$.

Attenzione: quando diciamo che l'accelerazione è negativa non intendiamo dire che il ciclista torna indietro, ma solo che diminuisce la rapidità del suo spostamento in avanti. È un po' quello che succede quando sul giornale leggete che il tasso di inflazione è diminuito nel mese di Ottobre: questo non significa che i prezzi, ad Ottobre, siano calati. Significa solo che è diminuito il loro ritmo di crescita.

Il secondo tratto (BC) ha pendenza zero, infatti in quei cinque secondi la velocità non cambia, quindi Δv_2=0, cioè a_2=0. Il terzo tratto ha pendenza +1 m/s^2, infatti l'accelerazione negli ultimi cinque secondi vale: $a_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} = \frac{+5\,\frac{m}{s}}{5\,s} = +1\,\frac{m}{s^2}$.

5.4. Come calcolare la distanza percorsa?

Consideriamo una prova di accelerazione di un'auto che passa da 0 a 108 km/h (cioè 30 m/s), nel tempo di 10 s. Quale distanza percorre l'auto nel corso di questa prova? La risposta sarebbe facile se conoscessimo la velocità media con cui si è mossa:

$$\text{distanza percorsa} = \text{velocità media} \cdot 10\ s$$

Se l'auto avesse sempre mantenuto la velocità iniziale, cioè 0 m/s, non si sarebbe mossa affatto. Se invece avesse mantenuto sempre la velocità finale, cioè 30 m/s, l'auto avrebbe percorso 300 m. Dunque la distanza percorsa nella prova è compresa tra 0 m e 300 m, perché la velocità media è compresa tra 0 e 30 m/s: ma qual è esattamente il suo valore? La risposta dipende da come la velocità è aumentata in quei 10 s, ed è facile determinarla se l'aumento è stato uniforme nel tempo, cioè se l'accelerazione è stata costante.
Se un corpo si muove con accelerazione costante (e solo in questo caso) la sua velocità media è la media aritmetica tra il valore iniziale e quello finale:

$$v_m = \frac{v_i + v_f}{2}.$$

L'auto della prova è passata in 10 s da 0 a 30 m/s. Se l'aumento di velocità è stato uniforme nel tempo, allora il *grafico tempo – velocità* dell'auto ha questo aspetto (►fig.5.4):

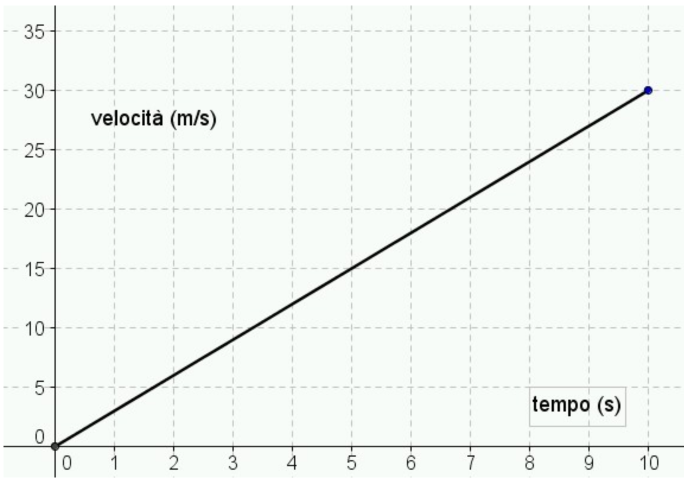

Fig.5.4 Il grafico tempo – velocità di un'auto che aumenta la sua velocità in modo uniforme. Come si calcola la distanza percorsa nei dieci secondi descritti dal grafico?

In questo caso (e solo in questo!) la velocità media è perciò:

$$v_m = \frac{v_i + v_f}{2} = \frac{0 + 30m/s}{2} = 15m/s$$

E la distanza percorsa è 15 m/s · 10 s = 150 m

5.5. I moti uniformemente accelerati

I moti in cui la velocità cambia sempre allo stesso ritmo, cioè i moti in cui l'accelerazione è costante, si chiamano moti uniformemente accelerati.
Sono facili da analizzare dal punto di vista dei calcoli; purtroppo, però, è molto difficile realizzarli in pratica. È molto improbabile, per esempio, che l'auto della quale

abbiamo discusso nel paragrafo precedente abbia mantenuto un'accelerazione costante: dunque non possiamo essere certi che nel corso della prova abbia davvero percorso una distanza di 150 m. Anzi, è certo che ne ha percorsi di più: questo vuol dire che la velocità media è stata più grande di 15 m/s, e questo perché la velocità non è aumentata in modo uniforme, bensì più rapidamente all'inizio della prova e più lentamente alla fine.

Dobbiamo dunque concludere che l'idea di moto uniformemente accelerato è un'idea astratta, priva di un reale contenuto? Esistono oppure no i moti uniformemente accelerati?

Ebbene sì, esistono, e questa fu una tra le più grandi scoperte di Galileo: i corpi pesanti, che cadono per brevi tratti vicino alla superficie della Terra, si muovono verso il basso con un'accelerazione costante.

Come si giunse a questa scoperta, e come oggi ne interpretiamo il significato, costituisce il tema fondamentale della prossima lezione.

5.6. Distanza percorsa e area

Torniamo all'auto della figura 5.4. Notiamo un fatto interessante: la distanza percorsa nei 10 s che abbiamo preso in considerazione non è altro che l'area compresa tra il grafico della velocità e l'asse delle ascisse, come si può osservare in ►fig.5.5:

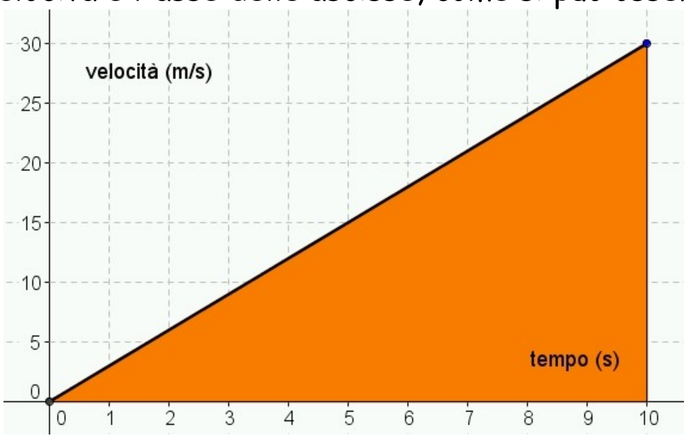

fig 5.5 La distanza percorsa è l'area del triangolo arancione

Vedremo più avanti che si tratta di un fatto del tutto generale. Quale che sia la forma del grafico tempo - velocità, la distanza percorsa in un certo intervallo di tempo coincide sempre con l'area compresa tra l'asse delle ascisse e il grafico della velocità, limitatamente all'intervallo che prendiamo in considerazione.