Analizziamo la caduta di una palla da golf

L'immagine originale

In questo approfondimento vogliamo misurare il valore dell'accelerazione di gravità *g*, in zone di spazio vicine alla superficie della terra. Per farlo ci serviamo di alcune immagini che potete trovare in rete, all'indirizzo seguente:

http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/physique/video/liste-meca.htm

Partiamo con un'immagine stroboscopica che mostra il moto di una palla da golf lanciata verso l'alto.

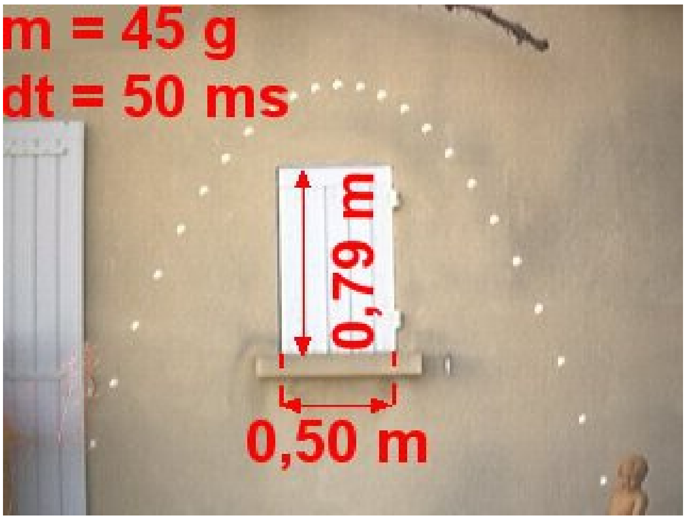

Fig.9.app.1 L'immagine originale

L'immagine è stata scattata in modo che nell'inquadratura ci fosse una finestra, della quale poter misurare le dimensioni: 50 cm la base, 79 cm l'altezza. Queste informazioni ci serviranno tra poco, per poter valutare il fattore di scala da utilizzare nei calcoli. La massa della palla è di 45 g, gli scatti si sono succeduti con un intervallo temporale costante di 50 ms. Poiché ci sono 24 immagini della palla in movimento, possiamo concludere che la ripresa del volo è durata 24·50 ms =1.200 s.
La traiettoria, per quel che possiamo vedere, appare senz'altro parabolica: si tratta di studiare la forma della parabola, in modo da poter calcolare in base ad essa il valore di *g*.

Entra in scena GeoGebra

Salvata l'immagine originale, la inseriamo nella finestra grafica di GeoGebra, tramite il comando Modifica → Inserisci immagine da → File, selezionando il file che la contiene.

Poi riduciamo l'opacità del colore, in modo che siano visibili, in trasparenza, assi e griglia della finestra grafica. Quindi spostiamo l'immagine, fino a far coincidere il vertice della traiettoria con l'origine degli assi. Il risultato che si ottiene ha più o meno l'aspetto che vediamo nella prossima figura:

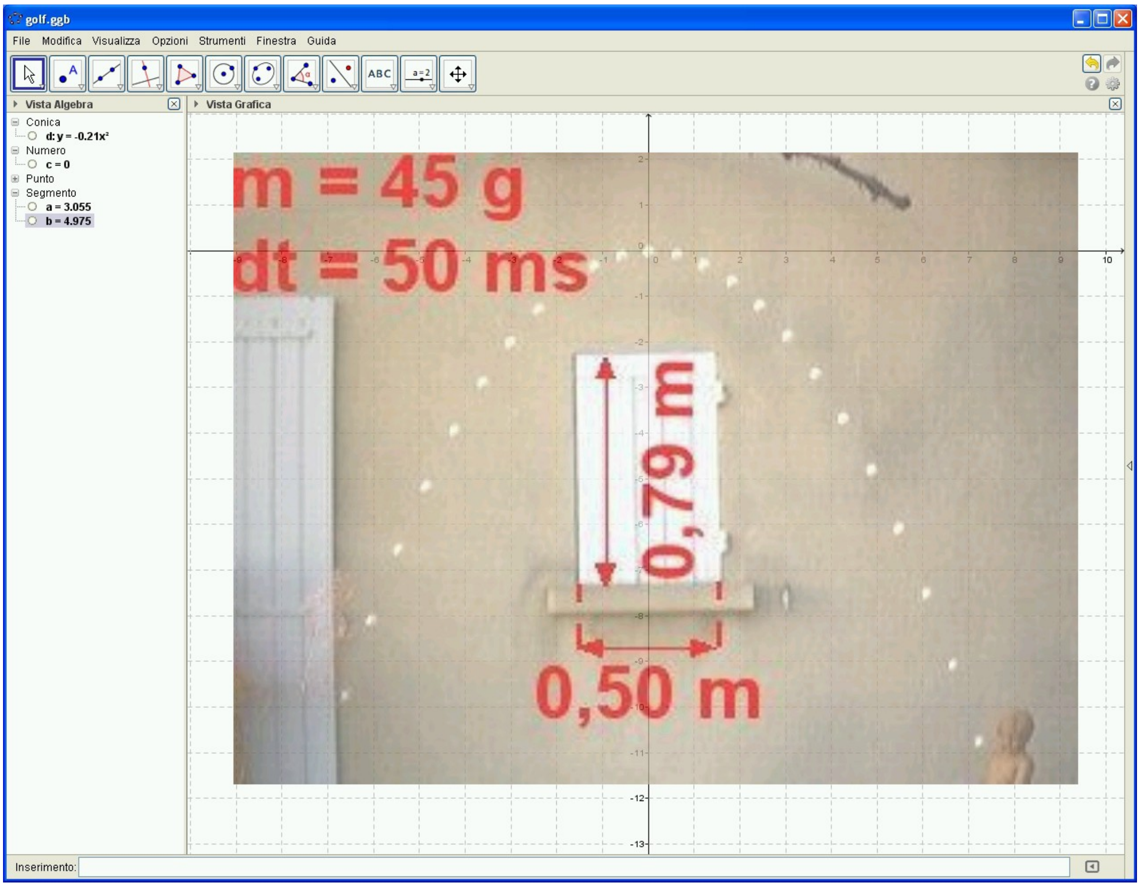

Fig.9.app.2 l'immagine viene applicata sulla finestra geometrica di GeoGebra

Usiamo Geogebra per costruire un modello

Ora si tratta di costruire un punto in corrispondenza di ciascuna delle posizioni occupate dalla palla al trascorrere del tempo. Per farlo con la massima accuratezza possibile dobbiamo modificare il fattore di zoom della finestra grafica: scegliendo fattori elevati rendiamo grande e sfuocata ciascuna macchia bianca, ma in compenso è facile situare ogni punto al centro della rispettiva macchia.
In realtà è sufficiente collocare un punto per ciascuna posizione a destra del vertice, come abbiamo fatto nella prossima figura. A sinistra vediamo i punti così come appaiono nella finestra grafica, a destra vediamo le loro coordinate lette nella finestra algebrica.

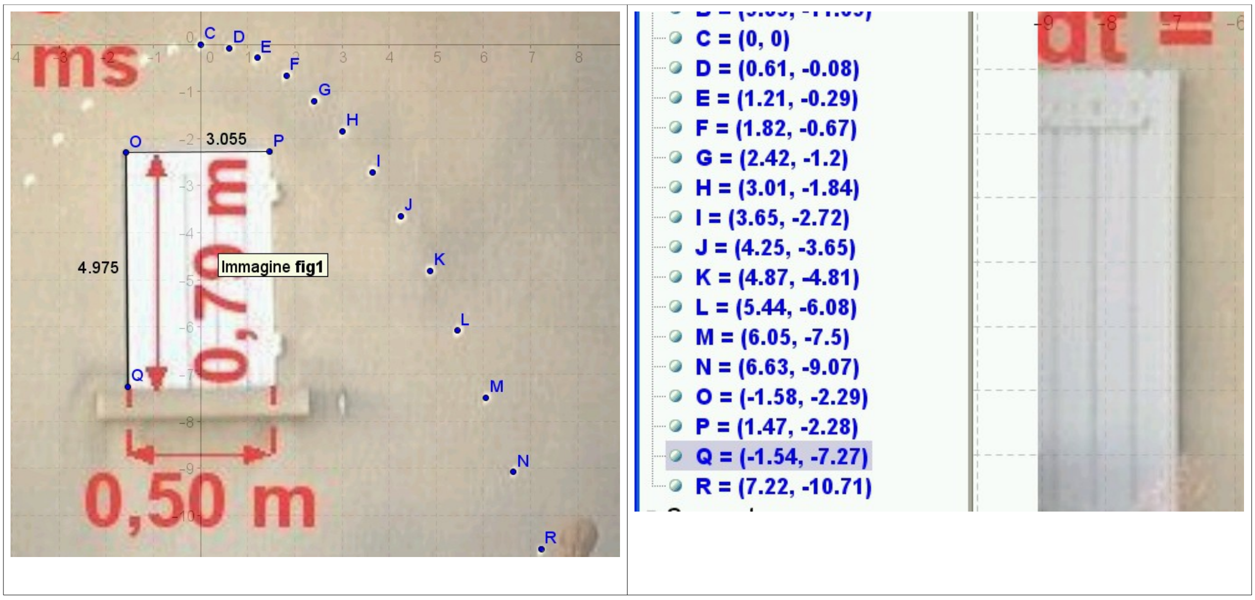

fig.9.app.3 costruiamo punti in corrispondenza delle posizioni della pallina e dei vertici della finestra

Per una maggiore comodità di lettura, riportiamo in una tabella le coordinate dei punti e l'istante di tempo in cui ogni punto è stato ottenuto. La tabella ha tre righe: nella prima l'istante di tempo in cui ciascun punto è stato acquisito, nella seconda la sua ascissa, nella terza l'ordinata.

t (s)	0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	...	0.55	0.60
x (u)	0.00	0.61	1.21	1.82	2.42	3.01	...	6.63	7.22
y (u)	0.00	-0.08	-0.29	-0.67	-1.20	-1.84	...	-9.07	-10.71

Per ascissa e ordinata abbiamo indicato una generica unità di misura u: il fattore di conversione da u a metri possiamo calcolarlo in base alle dimensioni reali della finestra. I valori che troviamo sono

in ascissa: 0.50 m / 3.055 u = 0.16 m/u
in ordinata: 0.79 m / 4.975 u = 0.16 m/u

I fattori di conversione sono uguali entro il posto -2: ciò ci garantisce che l'immagine non è stata deformata nel processo di acquisizione e di trasporto in GeoGebra. Possiamo quindi passare dall'immagine alla realtà moltiplicando tutte le misure per 0.16 m/u: otteniamo i valori raccolti nella prossima tabella:

t (s)	0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	...	0.55	0.60
x (m)	0.00	0.10	0.19	...	...	...	...	1.07	1.16
y (m)	0.00	0.00	-0.05	...	...	...	...	-1.45	-1.71

Il moto in direzione orizzontale avviene con velocità costante: non ci sono infatti forze che agiscono in tale direzione. Il modulo è facile da calcolare, usando ad esempio il primo e l'ultimo punto:

$$v_x = 1.16 \text{ m} / 0.60 \text{ s} = 1.9 \text{ m/s}$$

Il moto in direzione verticale è naturalmente accelerato, perché c'è la forza di gravità che agisce. Da $y = \frac{1}{2}at^2$ ricaviamo, usando sempre il primo e l'ultimo punto:

$$a = 2y / t^2 = 2 \cdot 1.71 / 0.6^2 = 9.5 \text{ m/s}^2$$

Esercizi

1. Calcolate il tempo t, l'ascissa x e l'ordinata y per tutti i punti della figura 3. Poi usate il punto C (cioè l'origine) e un altro punto a vostra scelta per calcolare la velocità v_x e l'accelerazione a. Trovate gli stessi valori? Quali possono essere le ragioni di eventuali discrepanze?

2. Procedendo come nel testo, provate a calcolare il valore dell'accelerazione di gravità che si ricava dall'analisi dell'immagine seguente:

fig.9.app.4 dida

Questa situazione è più semplice rispetto a quella vista in precedenza: la palla da golf, infatti, viene lasciata semplicemente cadere, quindi con velocità iniziale nulla. L'intervallo tra uno scatto e l'altro, come vedete, è di 33.3 ms. Il fattore di scala potete ricavarlo dall'immagine dell'asta gialla, che è lunga un metro. Fate attenzione! Uno zoom adeguato vi dovrebbe far capire che la prima immagine della pallina è molto dilatata verticalmente rispetto alle altre. Si tratta in realtà di due immagini parzialmente sovrapposte: se non tenete conto di questo fatto sbagliate a calcolare il tempo di caduta, quindi a calcolare il valore di g.