

Lezione 13: Impulso e quantità di moto

13.1. Un gioco di prestigio

Prendete un mazzo da quaranta carte, e tenete da parte i quattro assi. Le trentasei carte che restano le dividete a caso in quattro mucchietti, ciascuno da nove carte. In cima a ciascun mucchietto mettete un asso, poi sovrapponetevi i quattro mucchietti formando un unico mazzo. Quindi mescolate il mazzo in questo modo: ne prendete una parte in cima, quella che volete, e la spostate in fondo al mazzo. Potete ripetere l'operazione a piacimento, poi riprendete le carte e, una alla volta, le disponete coperte in una fila di dieci. Quando siete arrivati in fondo alla fila, l'undicesima carta la mettete sopra la prima, la dodicesima sopra la seconda, e così via, fino ad esaurire il mazzo. Il pubblico ha ora davanti dieci mucchietti, ciascuno di quattro carte. Girate le carte, un mucchietto alla volta: i quattro assi sono tutti insieme in uno stesso mucchietto!

13.2. Perché funziona?

Basta pensarci un attimo per scoprire come stanno le cose. Subito prima di mischiare, gli assi si trovano al primo, undicesimo, ventunesimo e trentunesimo posto: la distanza tra un asso e l'altro è perciò di dieci carte. Mescolando (purché seguiate le indicazioni...) ogni volta cambia la posizione degli assi, *senza però che cambi la distanza!* Supponiamo di mescolare una volta sola, spostando la prima carta in fondo al mazzo: adesso gli assi occupano le posizioni dieci, venti, trenta e quaranta. Se di carte ne spostiamo cinque, gli assi saranno ai posti sei, sedici, ventisei e trentasei. Quando disporrete le carte in fila per dieci, gli assi dovranno per forza finire in uno stesso mucchietto, anche se voi non potete sapere quale.

13.3. Le grandezze conservate

Anche la natura sa fare simili giochi di prestigio. Nel vortice delle trasformazioni che le cose subiscono c'è qualcosa che rimane costante:

*una grandezza fisica il cui valore non cambia nel corso del tempo
si dice grandezza conservata.*

Studiando un fenomeno, è importante scoprire quali grandezze si conservano, e in quali condizioni ciò accade: è un modo per riconoscere l'ordine dentro all'apparente disordine. Non solo: è anche un modo per saper "prevedere il futuro". Quando una complessa serie di eventi produce una situazione finale che può essere molto

complicata da analizzare, l'analisi può essere semplificata se sappiamo che qualcosa (una grandezza conservata, appunto) ha mantenuto lo stesso valore che aveva all'inizio. In questo modulo studieremo due grandezze che si conservano durante il movimento dei corpi: la quantità di moto e l'energia.

13.4. Cos'è la quantità di moto

La quantità di moto di un oggetto è il prodotto della sua massa m per la sua velocità \vec{v} , quindi è un vettore che ha la stessa direzione e lo stesso verso del vettore velocità. Utilizzando il linguaggio dei vettori scriviamo:

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

La quantità di moto non ha un'unità di misura speciale, come accade per la forza o per la pressione: si misura semplicemente in $\text{kg}\cdot\text{m/s}$.

Se abbiamo due corpi, la loro quantità di moto complessiva si calcola sommando le singole quantità di moto. Occorre naturalmente prestare attenzione: le quantità di moto si sommano utilizzando le regole di addizione che abbiamo imparato ad usare per i vettori. Per esempio due quantità di moto uguali, ma di verso opposto, hanno somma zero (► fig.13.1).

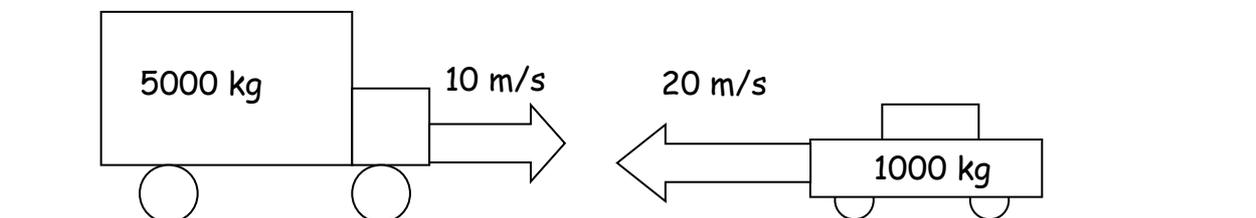


Fig.13.1 Il camion ha $p_c = 50000 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$, diretta verso destra. Per l'auto è $p_a = 20000 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$, diretta verso sinistra. La quantità di moto complessiva è $30000 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$, diretta verso destra

13.5. La grandezza impulso

La quantità di moto di un oggetto cambia quando cambiano la sua massa, oppure la sua velocità, oppure entrambe le cose insieme. Per esempio, quando un missile parte da una rampa di lancio, la sua quantità di moto cambia in modo complicato: mentre da una parte la sua massa diminuisce, a causa del carburante che viene bruciato e dei conseguenti gas di scarico che vengono espulsi, dall'altra la sua velocità aumenta, proprio a causa della spinta esercitata dai gas di scarico.

È assai più semplice studiare come varia la quantità di moto di un oggetto la cui massa rimane costante durante il moto. Basta allora considerare le sue variazioni di velocità: usando il "linguaggio dei delta" possiamo scrivere

$$\Delta \vec{p} = m \cdot \Delta \vec{v}$$

Come sappiamo, perché la velocità cambi è necessario che vi sia l'azione di una forza. Supponiamo che si tratti di una forza costante \vec{F} che agisce per un intervallo di tempo Δt : allora l'accelerazione si calcola con la seconda legge della dinamica

$$a = \frac{F}{m}$$

mentre la variazione di velocità si ottiene moltiplicando per Δt :

$$\Delta \vec{v} = \vec{a} \cdot \Delta t = \frac{\vec{F}}{m} \cdot \Delta t$$

Quindi la quantità di moto subisce una variazione:

$$\Delta \vec{p} = m \cdot \Delta \vec{v} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Questa relazione ci dice che la quantità di moto di un oggetto si cambia applicando per un certo tempo una forza non bilanciata, e che l'intensità della variazione è data proprio dal prodotto tra la forza applicata e la durata della sua azione.

L'interazione che cambia la quantità di moto di un oggetto,
cioè il prodotto tra forza e tempo di azione, si chiama impulso.

L'impulso è quindi una quantità vettoriale che ha la stessa direzione e lo stesso verso della forza. La sua unità di misura non ha un nome speciale, ed è semplicemente newton per secondo (N·s).

13.6. C'è modo e modo di cambiare

Poiché l'impulso è il prodotto di due fattori, ci sono molti modi per produrre una stessa variazione di quantità di moto. Per esempio: se vogliamo cambiare la quantità di moto di un oggetto di 10 kg·m/s possiamo applicare una forza di 5 N per un tempo di 2 s, oppure una forza di 500 N per un tempo di 0,02 s. Qualunque combinazione va bene, purché il prodotto sia 10 N·s.

Sebbene il cambiamento di quantità di moto sia lo stesso, alcuni effetti possono dipendere dalla particolare combinazione di forza e tempo. Per esempio: se doveste saltare da una finestra al secondo piano, preferite farlo verso una superficie di cemento oppure verso una di gomma? Il senso comune dice che saltare verso una superficie cedevole è meglio, ma perché? In ogni caso la variazione di quantità di moto che dobbiamo produrre nell'impatto con la superficie è sempre la stessa: da un valore grande subito prima, a un valore zero dopo l'impatto. La differenza sta tutta nella durata dell'impatto: minore se la superficie è rigida, maggiore se la superficie è cedevole. Ma, come abbiamo appena visto, maggiore è la durata dell'impatto, minore è di conseguenza la forza che si sviluppa nel frattempo. Poiché le nostre ossa possono

spezzarsi se la forza è troppo grande, la particolare combinazione di forza e tempo in questo caso è fondamentale.

Questo è il principio sul quale si basa il funzionamento degli air bags che si trovano sulle automobili: in caso di urto aumentano il tempo di collisione, in modo che si riduca in proporzione l'intensità della forza che si sviluppa nella collisione stessa.

Anche in assenza di una superficie cedevole sappiamo come fare per aumentare il tempo di impatto in un salto: invece di atterrare con le ginocchia rigide, immediatamente le pieghiamo appena entriamo in contatto col terreno. Insomma: passiamo dal moto alla quiete in modo graduale, invece che di colpo.

Possiamo dire tutto ciò con una formula:

$$F = \frac{m \cdot \Delta v}{\Delta t}$$

Fissati m e Δv (cioè la variazione di quantità di moto che dobbiamo ottenere), il valore di F è inversamente proporzionale a Δt .

13.7. Quando e perché la quantità di moto si conserva.

Abbiamo visto, nel paragrafo 13.4, come si calcola la quantità di moto totale di due oggetti. Il calcolo è interessante solo nel caso che i due oggetti stiano interagendo tra di loro, o siano in procinto di farlo.

Consideriamo ad esempio due palle da biliardo, una bianca e l'altra rossa, che si stanno muovendo l'una verso l'altra con velocità differenti. Il loro urto è un evento che dura pochi centesimi di secondo, nel corso dei quali i due oggetti si scambiano una forza che può avere un andamento assai complicato. Una cosa però è certa: istante per istante, la forza che la palla rossa esercita su quella bianca è uguale e contraria a quella che la bianca esercita sulla rossa!

Consideriamo quello che accade in un brevissimo intervallo di tempo Δt , tanto breve che la forza si possa considerare costante: le due palle, a causa della reciproca interazione, subiscono ciascuna una variazione di quantità di moto:

$$\begin{aligned}\Delta \vec{p}_{\text{rossa}} &= m \cdot \Delta \vec{v} = \vec{F}_{\text{rossa}} \cdot \Delta t \\ \Delta \vec{p}_{\text{bianca}} &= m \cdot \Delta \vec{v} = \vec{F}_{\text{bianca}} \cdot \Delta t = -\vec{F}_{\text{rossa}} \cdot \Delta t\end{aligned}$$

La somma di queste due variazioni è zero, perché l'una è l'opposta dell'altra! Il sistema costituito dalle due palle non subisce alcuna variazione della sua quantità di moto, benché ciascuno dei due pezzi che compongono il sistema cambi la propria quantità di moto in seguito all'interazione con l'altro. Le due variazioni si cancellano, e ciò accade perché l'unica forza che agisce sul sistema è una forza reciproca tra i due elementi che lo compongono, forza che ubbidisce alla terza legge della dinamica.

13.8. La legge di conservazione della quantità di moto

Possiamo generalizzare le semplici osservazioni precedenti con le seguenti affermazioni:

- Tutte le volte che un oggetto sente una forza, ci deve essere almeno un altro oggetto responsabile di questa azione.
- Questo secondo oggetto può essere a contatto con il primo, oppure può interagire da una distanza anche grandissima, ma certamente c'è.

Se allarghiamo le nostre considerazioni fino ad includere tutti gli oggetti che stanno interagendo, arriviamo a scoprire qualcosa di interessante. Consideriamo tutti questi oggetti come un unico sistema: se non ci sono forze che dall'esterno agiscono sul sistema (cioè, come solitamente si dice, se il sistema è isolato) allora tutte le forze coinvolte agiscono tra oggetti che stanno nel sistema.

Siccome tutte queste forze (che si dicono interne) risultano appaiate in coppie azione-reazione che ubbidiscono alla terza legge di Newton, il risultato è che la quantità di moto complessiva del sistema rimane costante. Questo risultato è noto come legge di conservazione della quantità di moto:

la quantità di moto di un sistema isolato si conserva, cioè non cambia nel tempo.

L'uso di questa legge rende agevole spiegare come sia possibile il moto a reazione (► fig.13.2). La quantità di moto del sistema rimane uguale a zero: mentre i gas di scarico acquistano quantità di moto verso il basso, la navetta acquista quantità di moto diretta verso l'alto.



Fig 13.2 Uno shuttle sulla rampa di lancio