Lezione 31: Il suono

31.1. Che cos'è un'onda sonora?

In questa lezione useremo testi ed immagini tratti dal sito "Fisica, onde Musica", che già abbiamo incontrato nelle due lezioni precedenti. Useremo una piccolissima parte del materiale in esso contenuto, sperando di farne una sintesi agile e comprensibile. Per gli approfondimenti vi rimandiamo alla fonte originale.

Abbiamo detto che il suono è un'onda di pressione: nella prossima immagine (►fig.31.1) vediamo come si può provocare un'onda di pressione in un gas.

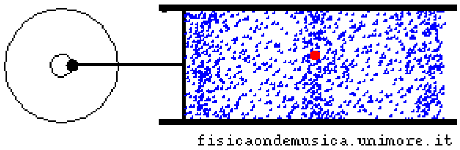

Fig 31.1 Una sorgente sonora un po' particolare (CLICCA)

Sono evidenti le zone di rarefazione e quelle di addensamento delle molecole, e si nota che ciò che "avanza" è il fronte d'onda, cioè la compressione del mezzo, e non le molecole d'aria che subiscono solo piccoli spostamenti attorno a punti di equilibrio fissi, come mostra la molecola di riferimento evidenziata in rosso. La differenza di pressione dell'aria rispetto alla normale pressione atmosferica si chiama *pressione acustica*. Essa rappresenta una piccola "increspatura" rispetto al valore standard di pressione atmosferica: anche nel caso di suoni estremamente intensi, il suo valore è di circa mille volte inferiore a quello della pressione atmosferica.

Se ora focalizziamo la nostra attenzione sull'onda, anziché sul mezzo in cui essa si propaga, osservando l'animazione potremmo misurare, ad esempio:

- il periodo T della perturbazione, cioè il tempo che intercorre tra l'istante in cui, in un punto prefissato, si verifica la massima pressione e l'istante in cui questa situazione si verifica nuovamente nello stesso punto; più semplicemente, nel caso della molecola di riferimento, è il tempo che essa impiega a compiere un'oscillazione completa attorno alla sua posizione di equilibrio;
- la frequenza f dell'onda, cioè il numero di volte in cui avviene l'oscillazione di una molecola nell'unità di tempo;
- la lunghezza d'onda λ, cioè la distanza che intercorre, in un certo istante, tra due zone consecutive di maggior addensamento (zone scure), zone nelle quali la pressione acustica è massima;
- l'ampiezza dell'oscillazione, cioè lo spostamento massimo delle molecole rispetto alla loro condizione di riposo;

- la velocità con cui la perturbazione avanza nel mezzo, come rapporto tra λ e T. Si noti che questa velocità non coincide affatto con la velocità con cui si muovono le singole molecole. Essa è sempre diretta nel senso della propagazione dei fronti di pressione, mentre quella delle molecole cambia direzione ad ogni mezzo periodo.

31.2. La velocità del suono

Newton diede due importanti contributi allo studio del suono. Per prima cosa fece una misura molto accurata della velocità con cui si propaga nell'aria, misurando con un pendolo della giusta lunghezza il tempo di ritorno dell'eco nel porticato della Neville's Court nel Trinity College a Cambridge. In secondo luogo mise a punto un modello meccanico che produceva una buona stima di tale velocità.

Esaminiamo il modello di Newton, ricordando che la velocità del suono, misurata con mezzi moderni, è di 343 m/s. Se comprimiamo lentamente, mediante un pistone, un volume V_0 di aria contenuta in un cilindro indeformabile ci accorgiamo che essa si oppone alla compressione come farebbe una molla. L'aria reagisce cioè mediante una forza elastica prodotta da un sovrappiù di pressione sul pistone:

$$\Delta P = -K \cdot \Delta V / V_0$$

dove ΔV è la variazione di volume, e ΔP la variazione della pressione all'interno del cilindro. Quando rilasciamo il pistone l'aria torna ad occupare il suo volume originale. Tuttavia il ritorno non è istantaneo, bensì "rallentato" dall'inerzia dell'aria stessa, cioè dalla massa contenuta nel volume originale V_0. Questa non è altro che la sua densità, cioè la massa per unità di volume:

$$\rho = M / V_0$$

Ora si viene delineando un modello meccanico della trasmissione sonora, in cui l'aria viene vista come un mezzo elastico, il cui moto oscillatorio è determinato dalle stesse due proprietà - elasticità e inerzia - che determinano l'oscillazione di una massa appesa ad una molla. Resta da capire come combinare queste due grandezze in modo da ottenere una velocità. Il modo esatto, ma complesso, consisterebbe nello scrivere e nel risolvere le equazioni del moto dell'aria. Tuttavia possiamo prendere una scorciatoia già usata: fare un ragionamento di tipo dimensionale.
La costante K si misura in unità di pressione, cioè in pascal, mentre la densità si misura in unità di massa su volume, cioè kg/m^3. L'unica combinazione delle due che dà come dimensioni una velocità è la combinazione

$$v = \sqrt{K / \rho}$$

Il valore di K lo sappiamo calcolare: se comprimiamo lentamente un volume d'aria, in modo che il volume dimezzi *a temperatura costante*, la pressione P raddoppia, quindi

$\Delta P = 10^5$ Pa, quindi $K = 2 \cdot 10^5$ Pa. Sappiamo che la densità dell'aria è circa 1 kg/m^3, per la precisione $\rho = 1.23$ kg/m^3. Se sostituiamo questi valori nell'equazione di Newton troviamo:

$$v = \sqrt{(K / \rho)} = \sqrt{(2 \cdot 10^5 / 1.23)} = 400 \text{ m/s}$$

La velocità che troviamo è troppo grande: possibile che Newton si sia sbagliato? Ebbene è proprio così, e la ragione dell'errore è di natura termodinamica: tenuto conto che ai tempi di Newton la termodinamica doveva ancora nascere, si tratta perciò di un errore scusabile. Nel calcolo abbiamo immaginato di comprimere l'aria in modo isotermo, cioè lentamente: il lavoro eseguito sul gas ha perciò il tempo di trasformarsi in calore, e di passare dal gas alle pareti del recipiente, disperdendosi nell'ambiente. Nel caso del suono non è in generale così: quando un suono a 500 Hz attraversa l'aria ogni compressione dura solo 1 millesimo di secondo. In queste condizioni il lavoro eseguito sul gas non ha tempo sufficiente per trasferirsi al recipiente sotto forma di calore, e rimane nel gas sotto forma di energia cinetica delle sue molecole. Si parla di compressione *adiabatica*. L'energia cinetica delle molecole d'aria si oppone maggiormente alla compressione, e ne risulta che la compressibilità adiabatica è maggiore di quella isoterma utilizzata da Newton. Precisamente

$$\Delta P = -1.4 \cdot K \cdot \Delta V / V_0$$

e cioè l'aria si comporta come una molla *più rigida* al passaggio del suono. La stessa termodinamica è in grado anche di darci un'espressione teorica per il coefficiente di proporzionalità 1.4, che per ora abbiamo trattato come un mero dato sperimentale. Se rifacciamo i conti troviamo:

$$v = \sqrt{(K / \rho)} = \sqrt{(2 \cdot 10^5 / 1.23/1.4)} = 341 \text{ m/s}$$

Il modello di Newton, opportunamente corretto, fornisce un valore incredibilmente preciso!

31.3. Onde stazionarie

Le onde stazionarie sono particolari tipi di oscillazioni di un mezzo in cui l'energia non si propaga da un punto all'altro, come accade per le onde viaggianti, ma resta distribuita in modo invariato nel tempo. In particolare esistono luoghi dello spazio in cui non si ha oscillazione (nodi), ed altri in cui si ha sempre la massima oscillazione (ventri). Questi luoghi non cambiano nel tempo. La prossima figura (►fig.31.2) spiega il meccanismo che produce un'onda stazionaria su una corda.

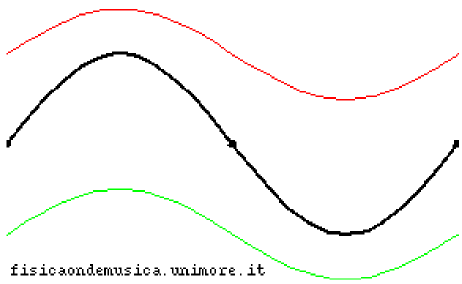

Fig. 31.2 formazione di un'onda stazionaria (CLICCA)

Osservando l'immagine si nota che l'oscillazione in nero è stazionaria. Infatti ogni nodo, indicato da un dischetto nero, resta fisso nel tempo, e così ogni ventre, che si colloca a metà strada tra due nodi consecutivi. In rosso e verde sono indicate onde viaggianti, i cui nodi (e ventri) si muovono con velocità costante rispettivamente verso destra e verso sinistra. Osserviamo che l'onda stazionaria può essere ottenuta sommando le due onde viaggianti.

La formazione di onde stazionarie negli elementi vibranti è di fondamentale importanza ai fini della produzione del suono, ed è quindi necessaria affinché un sistema vibrante possa diventare uno strumento musicale. L'esempio più semplice che illustra questo fatto è costituito dai tubi sonori. Un flauto, ad esempio, è un tubo di circa 60 cm di lunghezza. Un singolo impulso sonoro impiega quindi meno di due millesimi di secondo per percorrerlo, dopo di che incontra un'estremità, o un foro laterale. Lì parte dell'energia viene trasmessa all'aria esterna, e parte viene riflessa di nuovo entro il tubo, che percorrerà ora a ritroso per altri due millesimi di secondo fino ad incontrare l'altra estremità della canna. Naturalmente in un tempo così breve un impulso acustico non può essere percepito dall'orecchio come un suono. Affinché se ne possa trarre una sensazione sonora definita è necessario quindi che, in seguito a centinaia o migliaia di riflessioni avanti e indietro, si costruisca nel tubo un'oscillazione stabile.

A questo punto, quindi, per determinare se il nostro tubo sia adatto a diventare uno strumento musicale dobbiamo rispondere a due domande:

1. lungo la canna si possono propagare oscillazioni di qualunque frequenza?
2. L'oscillazione ottenuta dalla sovrapposizione di queste onde viaggianti è stabile?

31.4. strumenti a corda

Il caso più semplice da esaminare è quello di una corda, che può essere vincolata oppure no ai suoi estremi. Le corde di un qual unque strumento, come ad esempio una chitarra o un violino, sono naturalmente vincolate ai loro estremi. Nella prossima figura (►fig.31.3) vediamo come avviene la riflessione da un estremo vincolato.

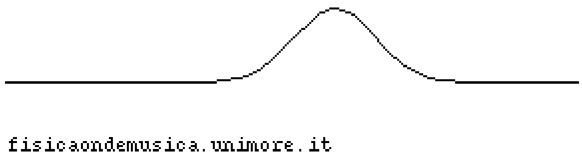

Fig. 31.3 riflessione da estremi vincolati (CLICCA)

Come si osserva nell'animazione, l'onda non solo viene riflessa ma subisce un cambio di "fase" (i matematici dicono: "la fase è variata di 180° gradi"). E' facile spiegare il fenomeno: man mano che l'impulso si avvicina all'estremo fisso la tensione che la corda esercita sul punto estremo (e quindi sulla parete che lo tiene fermo) è una forza diretta verso l'alto. La parete, per il principio di azione e reazione, reagisce esercitando sulla corda una forza diretta verso il basso che provoca l'inversione di fase. Se gli estremi sono liberi (►fig.31.4) la riflessione avviene in modo diverso:

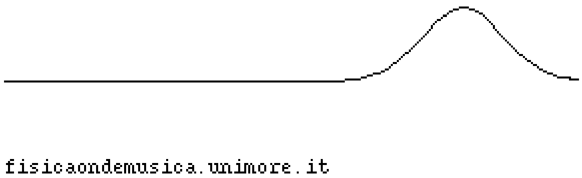

Fig. 31.4 riflessione da estremi liberi (CLICCA)

Per simulare l'estremo libero si immagini che la corda termini con un anello di massa trascurabile che possa scorrere senza attrito lungo la direzione verticale. Ecco una possibile spiegazione del fenomeno: l'estremo della corda è del tutto libero di muoversi nella direzione verticale; esso non subisce, in questa direzione, alcuna forza da parte della parete. Poiché tale forza nasce come reazione alla tensione della corda esercitata sull'estremo libero, concludiamo che tale tensione deve essere sempre orizzontale. Essendo, tale tensione, diretta come la tangente alla corda concludiamo che in ogni istante l'estremo libero deve avere tangente orizzontale.

Torniamo al caso più interessante, cioè quello in cui gli estremi sono vincolati. La corda può ospitare solo onde stazionarie la cui semi lunghezza d'onda $\lambda/2$ entri un numero intero di volte nella lunghezza L della corda (►fig.31.5)

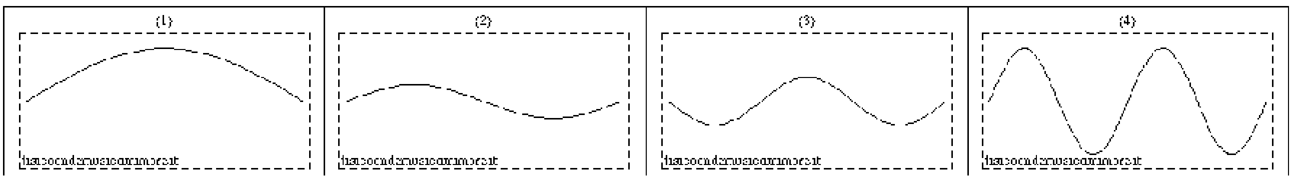

Fig.31.5 i primi quattro modi normali di una corda (CLICCA)

Il primo modo normale ha lunghezza d'onda $\lambda = 2L$ e frequenza $f = v / \lambda$, dove v è la velocità con cui un impulso si propaga sulla corda. I modi successivi hanno frequenza doppia, tripla, ...

31.5. strumenti a fiato

I modi normali si verificano anche negli strumenti fatti da canne in cui è l'aria ad oscillare. La spiegazione, tuttavia, è appena un po' più complicata. Innanzitutto distinguiamo i due casi: la canna in cui l'aria oscilla è chiusa, oppure aperta.

Cosa succede quando l'onda sonora, cioè l'onda di compressione longitudinale, raggiunge una parete propriamente detta o l'estremità di una canna chiusa? In prossimità della parete le molecole dell'aria non possono più oscillare longitudinalmente, cioè parallelamente alla direzione di propagazione dell'onda:
• si crea un nodo nell'ampiezza dell'onda longitudinale, analogamente a quanto accade all'estremo vincolato di una corda;
• per quel che concerne la pressione, invece, la presenza della parete determina la massima variazione possibile in quanto l'impossibilità di oscillare longitudinalmente delle particelle produce un repentino aumento di densità (e quindi) della pressione dell'aria. La presenza della parete produce, per reazione, un brusco abbassamento della pressione (le particelle rimbalzano indietro provocando una rarefazione (e quindi una diminuzione della pressione) in prossimità della parete. Si dice allora che la pressione presenta un ventre e viene riflessa senza inversione di fase (come farebbe l'estremo libero di una corda).

Cosa succede invece quando l'onda sonora raggiunge l'estremo di una canna aperta? In prossimità dell'estremità della canna le molecole dell'aria ora sono libere di oscillare longitudinalmente, cioè parallelamente alla direzione di propagazione dell'onda:
• si crea un ventre nell'ampiezza dell'onda longitudinale, analogamente a quanto accade all'estremo libero di una corda;
• per quel che concerne la pressione, invece, essa è vincolata ad assumere, per continuità, il valore della pressione atmosferica presente appena all'esterno della canna. La presenza della estremità aperta produce in questo caso un nodo e l'onda di pressione viene riflessa con una inversione di fase.

31.6. sovrapposizione di frequenze e timbro di uno strumento

Nella lezione 29 abbiamo descritto le oscillazioni di un sistema massa – molla, e abbiamo visto come tali oscillazioni si descrivano facendo uso della funzione seno. Ora vedremo che *qualunque* oscillazione periodica di frequenza f si può costruire sommando funzioni seno di frequenza f, 2f, 3f, … ciascun addendo moltiplicato per un'opportuna costante. Il teorema di Fourier afferma che

qualunque funzione periodica di periodo T , cioè di frequenza *f = 1 / T, continua e limitata, può essere rappresentata mediante una somma di funzioni sinusoidali pure di opportuna ampiezza e di frequenza multipla della frequenza fondamentale f.*

La costruzione di una qualunque oscillazione complessa a partire dalla sovrapposizione di oscillazioni armoniche semplici costituisce un procedimento detto sintesi, che viene largamente impiegato nella produzione di apparati elettronici capaci di riprodurre il timbro dei vari strumenti musicali o di produrre suoni del tutto artificiali.

La possibilità di "decomporre" l'oscillazione complessa nelle sue oscillazioni armoniche costituisce, per così dire, il procedimento inverso della sintesi e viene denominato *analisi spettrale* o *analisi di Fourier*. Tale analisi, ben lungi dall'essere una mera curiosità matematica, offre la base teorica per innumerevoli applicazioni.

Vediamo un esempio concreto. Sommiamo 3 funzioni seno: la prima di frequenza f = 200 Hz e ampiezza 3, la seconda di frequenza 2f e ampiezza 2, la terza di frequenza 3f e ampiezza 1:

$$y(t) = 3 \cdot \sin(400\pi t) + 2 \cdot \sin(800\pi t) + 1 \cdot \sin(1200\pi t)$$

Abbiamo due modi equivalenti per descrivere graficamente la funzione y che abbiamo costruito (►fig.31.6)

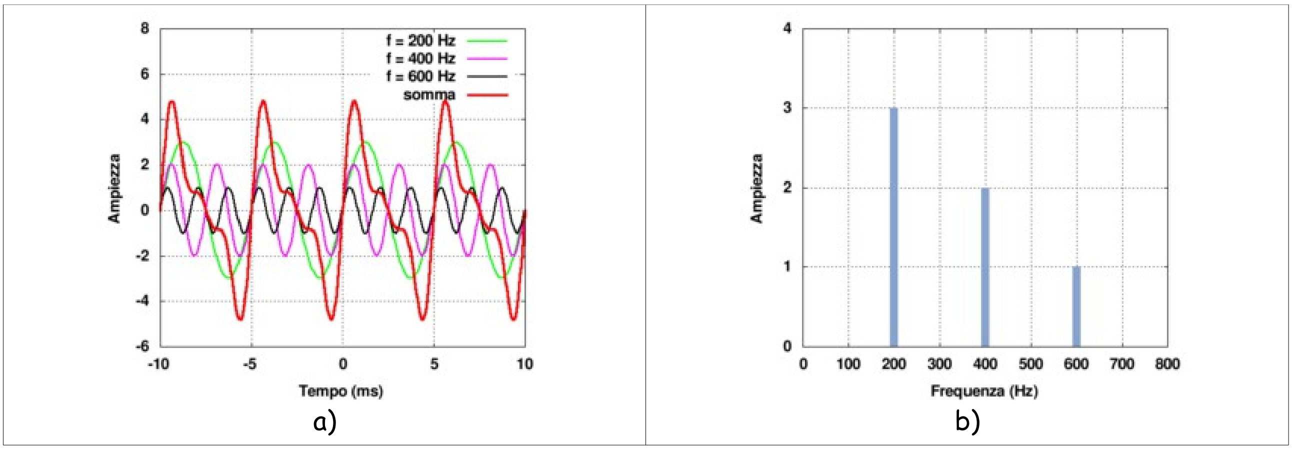

Fig.31.6 due descrizioni equivalenti della funzione y a) nel dominio del tempo
b) nel dominio delle frequenze

Il primo modo è descritto nella parte a) della figura: è il consueto grafico che in ascissa riporta i valori dell'input tempo. Si nota che la funzione y è periodica, il suo periodo è di 5 ms, cioè 1/200 s, quindi la sua frequenza è di 200 Hz. Gli addendi di frequenza multipla (400 Hz e 600 Hz) cambiano la forma dell'onda, ma non la sua frequenza. Nella parte b) della figura vediamo l'analisi spettrale del segnale descritto dalla funzione y: si vede che si tratta di sommare tre componenti, di frequenze 200, 400 e 600 Hz, di ampiezze rispettive 3, 2, 1.

Quello che abbiamo appena detto si può applicare all'analisi dei suoni emessi da uno strumento. La prossima figura (►fig.31.7) descrive la stessa nota, un si bemolle di frequenza 466 Hz, emessa da un violino (prima riga) e da un flauto (seconda riga).
Le figure a) e c) mostrano le *forme d'onda* del violino e del flauto, le figure b) e d) mostrano i rispettivi spettrogrammi.

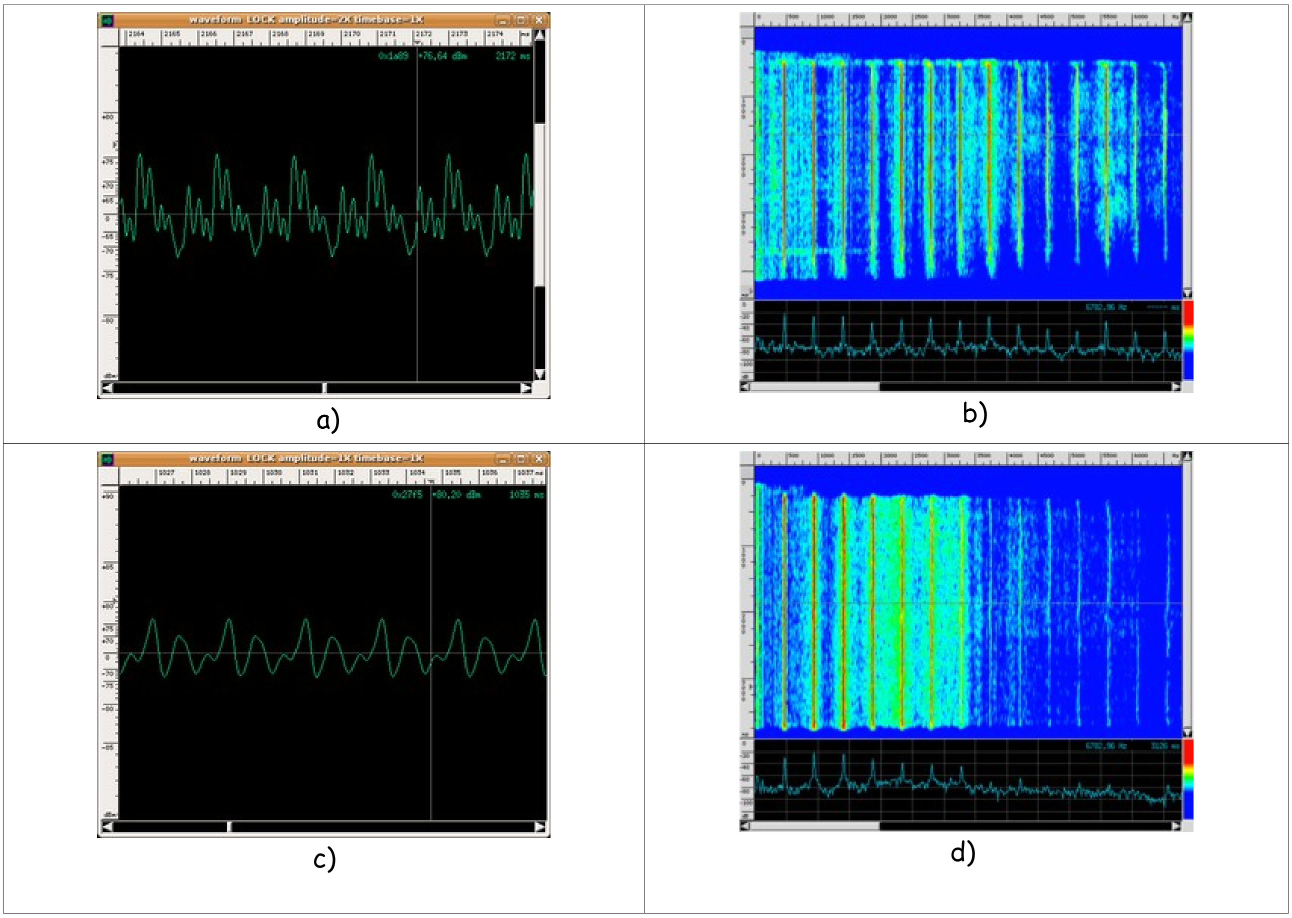

Fig.31.7 il si bemolle da 466 Hz emesso da due diversi strumenti;
un violino: a) forma d'onda b) spettrogramma,
un flauto: c) forma d'onda d) spettrogramma

Le forme d'onda si possono acquisire con un microfono, e mostrano come varia nel tempo la pressione sonora. Sono quindi diagrammi temporali, come quello visto nella parte a) della figura precedente. Gli spettrogrammi, a loro volta, sono analoghi alla parte b) della stessa figura.
Si può osservare come la nota del violino, la cui forma d'onda è più complicata, sia ottenuta sommando un grande numero di frequenze multiple di quella base da 466 Hz: si dice che la nota del violino è molto ricca di armonici.
La nota del flauto, la cui forma d'onda è più semplice, si ottiene sommando un numero inferiore di frequenze multiple: lo spettrogramma mostra che bastano sei armonici per ricostruire la forma d'onda.