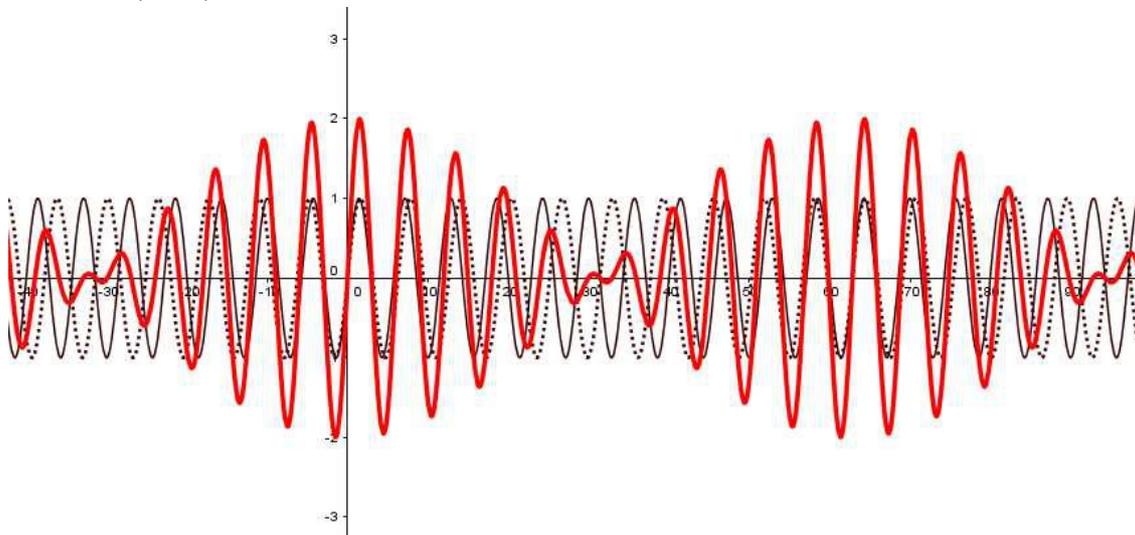


Diapason e battimenti

Leggiamo dal vocabolario Treccani: "in acustica si chiamano *battimenti* i successivi periodici rafforzamenti e indebolimenti dell'ampiezza di un suono per effetto di interferenza con un altro suono di ampiezza pressoché uguale e frequenza di poco diversa. La nozione di battimento si estende al caso di due qualunque grandezze sinusoidali e quindi, in particolare, a correnti oscillatorie, a radioonde, ecc."

Per chiarire il concetto esaminiamo la prossima figura. La linea tratteggiata è il grafico di $f_1(x) = \sin(x)$, quella continua è il grafico di $f_2(x) = \sin(1.1 \cdot x)$. Le due ampiezze sono uguali, le frequenze poco diverse. La traccia in rosso è il grafico della somma $f_1 + f_2$:



La somma, come si vede, oscilla con una frequenza intermedia tra quella degli addendi, mentre la sua ampiezza oscilla con una frequenza molto più piccola: il periodo corrispondente è 20π , cioè 10 volte più grande rispetto al periodo 2π con cui oscillano gli addendi.

La spiegazione matematica di questo fatto è semplice: si basa su alcune formule, note come "formule di prostaferesi", mediante le quali una somma di funzioni trigonometriche si trasforma in un prodotto. La formula che ci interessa in questo caso è la seguente:

$$\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

Se applichiamo questa formula al caso di due onde sonore con pulsazioni ω_1 e ω_2 rispettivamente, otteniamo:

$$\sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t) = 2 \cdot \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \cdot t\right)$$

Nell'esempio in figura abbiamo: $\omega_1 = 1.1$, $\omega_2 = 1$, $(\omega_1 + \omega_2)/2 = 1.05$, $(\omega_1 - \omega_2)/2 = 0.05$, quindi il segnale oscilla con una frequenza che è esattamente la media delle due frequenze, e la sua ampiezza oscilla con periodo $2\pi/0.05 = 40\pi$. L'ampiezza si annulla ogni mezzo periodo, quindi a intervalli pari a 20π , proprio come si osserva nel grafico.

L'effetto prodotto sull'orecchio dal fenomeno dei battimenti si può sperimentare tramite il generatore disponibile all'indirizzo <http://onlinetonegenerator.com/>. In figura è indicato un possibile modo di procedere: si aprono due sessioni del programma, nella prima si genera un suono sinusoidale con la frequenza di 440 Hz, nella seconda un suono di pari volume, con una frequenza di 440.2 Hz.



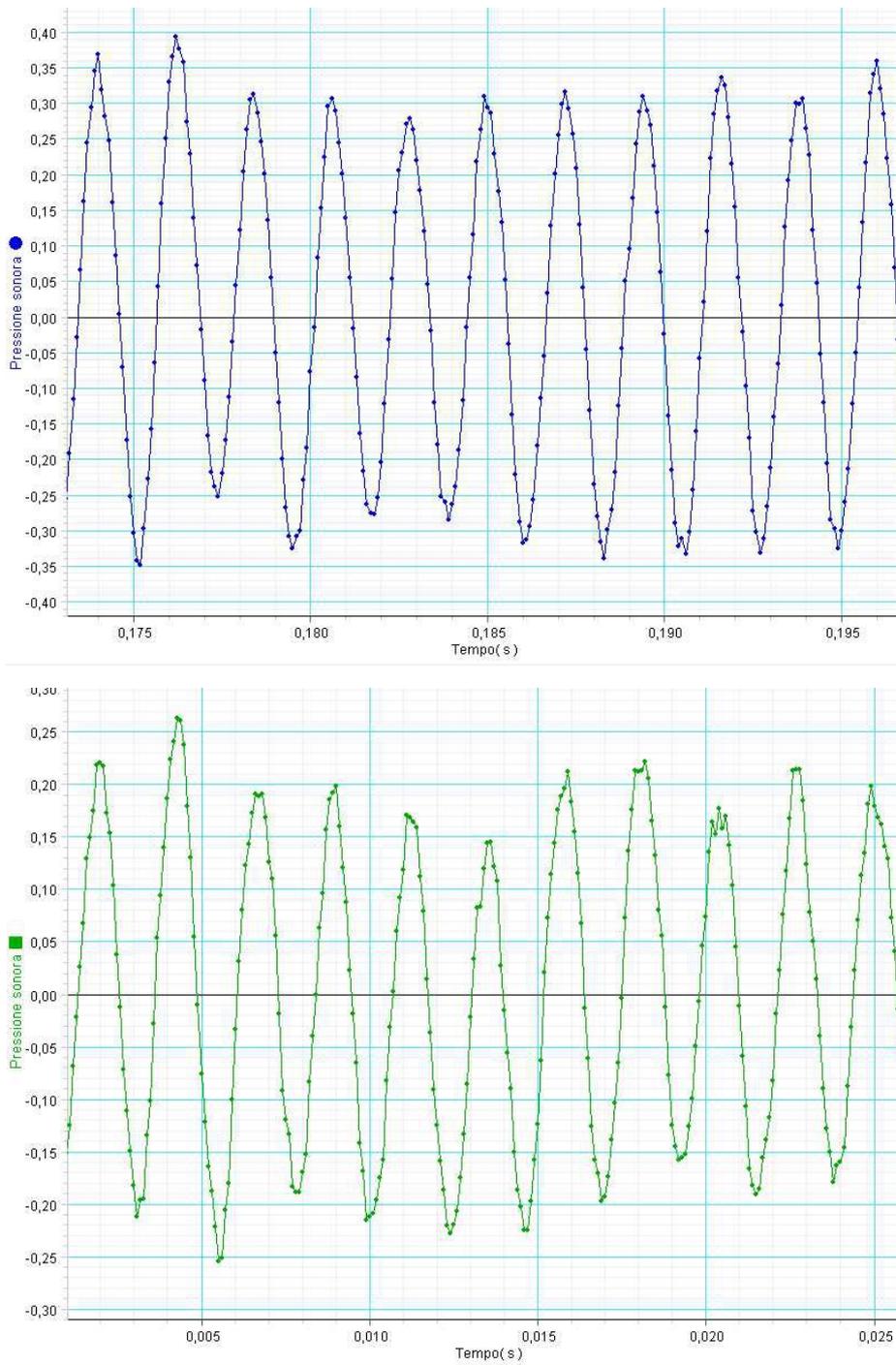
L'orecchio percepisce una nota (un la, per la precisione), la cui intensità vibra nel tempo: ogni 5 secondi circa l'intensità del suono si riduce quasi a zero.

Un esperimento con due diapason

In laboratorio possiamo operare con due diapason, ciascuno montato su di una cassa di risonanza che ne amplifica la vibrazione:



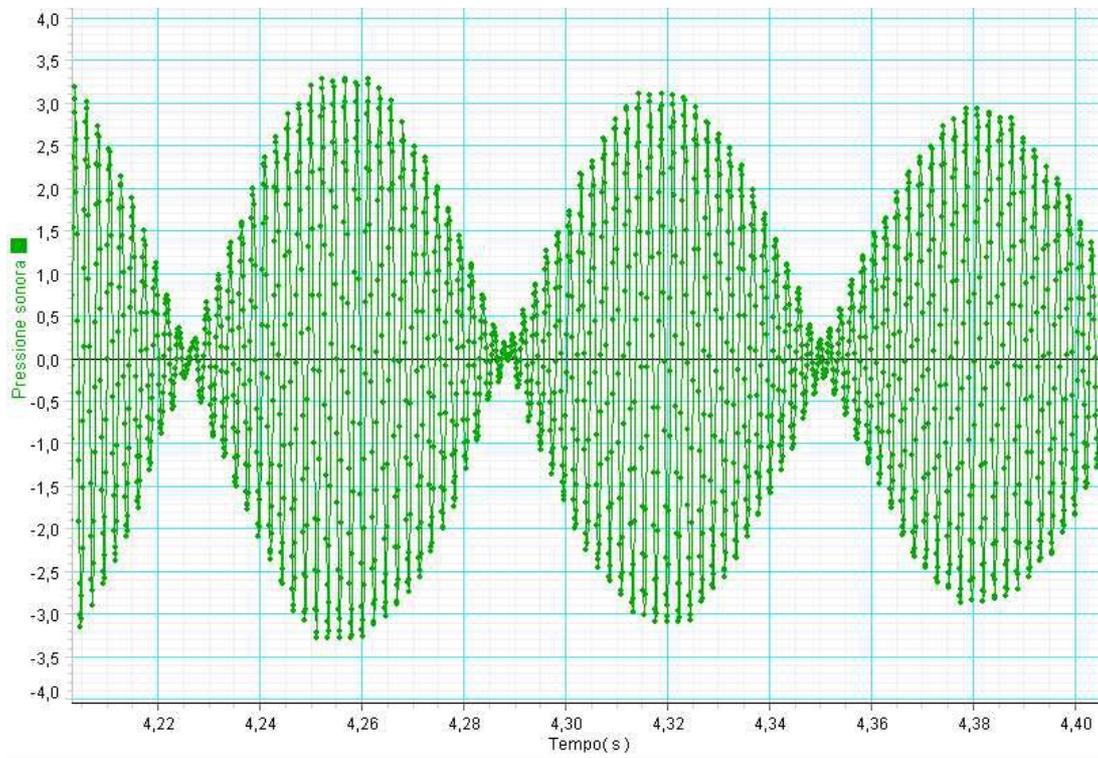
I diapason sono identici, ma uno dei due è modificato dall'aggiunta di una massa supplementare che ne modifica la frequenza. Per prima cosa misuriamo le frequenze dei due diapason: la prossima figura mostra i tracciati di pressione sonora ottenuti con ciascuno dei due, separatamente dall'altro.



Le immagini sono state dimensionate in modo che possiate misurare la durata di dieci oscillazioni: dividendo per 10 potete quindi ottenere il periodo di oscillazione dei due diapason, quindi la loro frequenza.

I due diapason insieme

La prossima figura mostra il segnale che si ottiene quando i due diapason vibrano insieme.



Potete usarla per misurare la frequenza dei battimenti. Non aspettatevi, però, che l'accordo con la teoria sia spettacolare: per non rendere troppo pesante l'acquisizione abbiamo infatti scelto di acquisire i segnali con una frequenza di campionamento piuttosto bassa