

Esercizi sulle lezioni 34 - 39

Nel corso della lezione 20 abbiamo parlato di isotopi. In particolare, in quell'occasione, parlammo di due isotopi stabili del carbonio: il carbonio 12 (^{12}C) e il carbonio 13 (^{13}C), il primo assai più diffuso in natura rispetto al secondo. Poiché il carbonio ha numero atomico 6, quindi è il sesto elemento della tavola periodica, il suo nucleo contiene sempre 6 protoni. L'isotopo ^{12}C contiene quindi 6 neutroni, per un totale di 12 particelle pesanti, mentre ^{13}C contiene 7 neutroni, per un totale di 13 particelle pesanti.

1. Qual è la carica di un nucleo di carbonio? La risposta dipende dall'isotopo che prendiamo in considerazione?

2. L'ossigeno è l'ottavo elemento della tavola periodica, quindi ha numero atomico 8. In natura ne esistono tre isotopi stabili: ^{16}O , ^{17}O , ^{18}O . Qual è la carica di un nucleo di ossigeno? Quanti neutroni contiene il nucleo di ciascuno dei tre isotopi?

3. L'ultimo elemento naturale della tavola periodica è l'uranio, che ha numero atomico 92. Il suo isotopo più diffuso è ^{238}U . Qual è la carica del suo nucleo? Quanti neutroni contiene?

4. Una piccola frazione dell'uranio presente in natura è costituita dall'isotopo ^{235}U , che viene usato come combustibile nelle centrali nucleari. Qual è la carica del suo nucleo? Quanti neutroni contiene?

5. Il modello d'atomo di idrogeno proposto da Rutherford (ne ripareremo nel corso delle prossime lezioni...) suggerisce che l'unico elettrone di quest'atomo, elettrone la cui massa è di $9 \cdot 10^{-31}$ kg, potrebbe muoversi lungo una traiettoria circolare di raggio $r = 0.5 \cdot 10^{-10}$ m, con una velocità di $2.2 \cdot 10^6$ m/s. (a) Qual è l'accelerazione centripeta dell'elettrone secondo questo modello? (b) Quanto è intensa la forza centripeta necessaria per mantenerlo su questa traiettoria circolare? (c) Di che tipo di forza potrebbe trattarsi?

Parliamo ora di *decadimenti radioattivi*: si tratta di processi nel corso dei quali un nucleo instabile si trasforma, emettendo particelle di vario tipo. La descrizione dettagliata dei meccanismi che regolano questi processi è complicata, ben al di là dei limiti e delle finalità di questo corso. Qui ci occupiamo di un unico aspetto: la massa e la carica si conservano in questi processi. Ciò significa naturalmente che massa e carica hanno lo stesso valore all'inizio e alla fine di ogni decadimento.

Cominciamo col descrivere i *decadimenti alfa*. La particella emessa si chiama appunto particella alfa, nome con il quale si indica il nucleo di ^4He : si tratta quindi di una struttura composta da 2 protoni e 2 neutroni, perché l'elio ha numero atomico 2. La conservazione della massa e della carica impongono che il nucleo, dopo l'emissione, perda 2 protoni e 2 neutroni, retrocedendo quindi di 2 posti nella tavola periodica, con

un numero di massa inferiore di 4 unità. Vediamo un esempio: la scrittura ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{90}^{234}\text{Th} + \alpha$ indica un decadimento in cui un nucleo di uranio 238 (numero atomico 92) si trasforma in un nucleo di torio 234 (numero atomico 90) mediante l'emissione di un nucleo di elio 4, cioè di una particella alfa.

6. Qual è la carica iniziale del sistema, cioè la carica del nucleo di uranio? Quali sono le cariche del nucleo di torio e della particella alfa? Qual è la carica finale del sistema?

7. Anche il radio 226 subisce il decadimento alfa. Consultando la tavola periodica trova il numero atomico del radio, stabilisci poi, sempre con l'ausilio della tavola periodica, in che cosa si trasforma il nucleo di radio, infine scrivi un'equazione analoga a quella vista in precedenza, che descriveva il decadimento dell'uranio 238.

8. Un ultimo esempio per fissare le idee. Anche l'americio 241 decade alfa, e proprio per questa ragione viene spesso usato nei dispositivi rivelatori di fumo. Descrivi il decadimento con un'equazione analoga a quelle dei due esempi precedenti.

Passiamo ora a descrivere i *decadimenti beta*. La particella emessa è in questo caso un elettrone (in realtà viene emesso anche un neutrino, ma trattandosi di una particella leggerissima e neutra questo fatto è influente dal punto di vista della conservazione di carica e massa). Vediamo un esempio: la scrittura ${}_{27}^{60}\text{Co} \rightarrow {}_{28}^{60}\text{Ni} + e^{-} + \text{neutrino}$ indica un decadimento in cui un nucleo di cobalto 60 si trasforma in un nucleo di nichel 60 mediante l'emissione di un elettrone (e^{-}) e di un neutrino. Poiché l'elettrone è una particella leggerissima, il numero di massa non cambia. La presenza della carica negativa dell'elettrone a destra della freccia è compensata da una carica positiva in più: il nichel infatti ha numero atomico 28, quindi contiene 28 protoni, mentre il cobalto ha numero atomico 27. Possiamo dire che un neutrone del nucleo di cobalto 60 si è trasformato in protone, dando così origine al nucleo di nichel 60.

9. Qual è la carica iniziale del sistema, cioè la carica del nucleo di cobalto? Quali sono le cariche del nucleo di nichel, dell'elettrone, del neutrino? Qual è la carica finale del sistema?

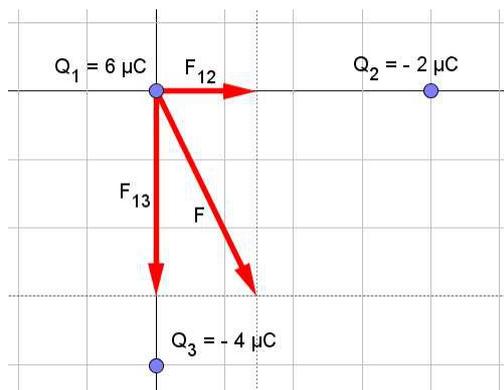
10. Un decadimento beta particolarmente importante è quello del carbonio 14, perché viene utilizzato nella datazione di antichi reperti organici. Scrivi un'equazione analoga a quella vista nel caso del cobalto 60, cioè un'equazione che descriva il decadimento beta del carbonio 14.

11. Riprendiamo in considerazione il modello di Rutherford dell'atomo di idrogeno. La distanza tra protone e elettrone è pari a $0.5 \cdot 10^{-10}$ m, e lo spazio tra l'uno e l'altro è certamente vuoto. Quanto è intensa la forza di attrazione tra le due particelle? Il risultato concorda con quanto visto nell'esercizio 5?

12. Il coulomb è un'unità di misura davvero molto grande. Se potessimo caricare 2 sfere con la stessa carica di 1 C, e porre i loro centri a distanza di 1 m, con quale forza si respingerebbero?

13. Variazione sul tema precedente. Riconsideriamo le due sfere con l'ipotetica carica di 1 C: a che distanza dovremmo porre i loro centri affinché la forza di repulsione fosse pari a 1 N?

14. Tre cariche sono disposte lungo l'asse X. $Q_1 = 10 \mu\text{C}$ si trova nell'origine, $Q_2 = -5 \mu\text{C}$ è collocata 20 cm a destra dell'origine, $Q_3 = 20 \mu\text{C}$ è 10 cm a sinistra. Calcolata la forza che ciascuna carica subisce a causa dell'interazione con le altre due.



15. L'immagine precedente mostra tre cariche, la prima delle quali è collocata nell'origine, le altre due sono entrambe poste alla distanza di 20 cm. Calcolate modulo e direzione della forza F che Q_1 subisce a causa dell'interazione con Q_2 e Q_3 .

16. Nel problema 11 avete calcolato l'intensità della forza elettrica che lega il protone e l'elettrone secondo il modello di Rutherford dell'atomo di idrogeno. Le masse delle due particelle sono: $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $m_p = 1.7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Qual è l'intensità della forza gravitazionale con cui interagiscono? Qual è il rapporto tra forza elettrica e forza gravitazionale?

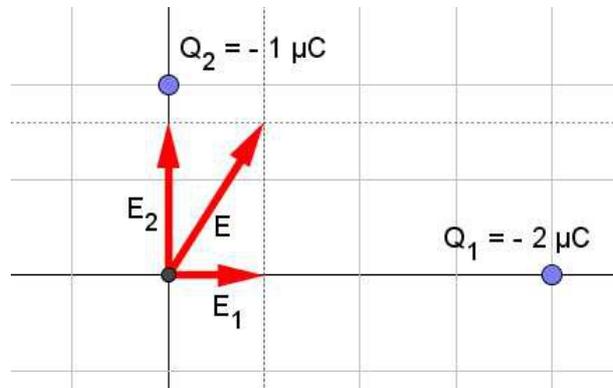
17. Stando al modello di Rutherford, quanto è intenso il campo elettrico che il protone provoca alla distanza alla quale si trova l'elettrone? Quanto è intenso, invece, il campo elettrico che l'elettrone provoca alla distanza alla quale si trova il protone? I due campi hanno la stessa intensità? Perché? Qual è la direzione dei due campi?

18. Con riferimento al problema precedente, calcolate ora le due forze: quella cui è soggetto l'elettrone a causa del campo del protone, e quella cui è soggetto il protone a causa del campo dell'elettrone. Le due forze hanno la stessa intensità? Hanno la stessa direzione? I risultati che avete trovato confermano il terzo principio della dinamica?

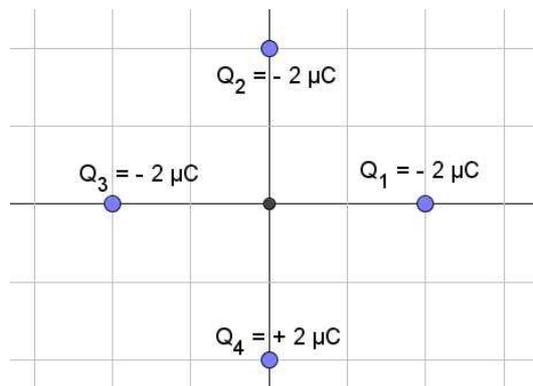
19. Dentro a un condensatore piano il campo elettrico ha un'intensità di 15 kN/C. Qual è la sua direzione? Quanto è intensa la forza che agisce su di un elettrone che si trova

tra le armature? Qual è la direzione di questa forza?

20. Stesso problema. Come cambiano intensità e direzione della forza su di una particella alfa collocata tra le stesse armature?



21. L'immagine precedente mostra due cariche elettriche collocate nei pressi dell'origine degli assi: Q_1 ne dista 2 m, Q_2 ne dista 1 m. Calcolate l'intensità e la direzione del campo elettrico E che le due cariche provocano nell'origine. Calcolate poi l'intensità e la direzione della forza elettrica subita da una carica di $-3 \mu\text{C}$ collocata nell'origine.



22. L'immagine precedente mostra 4 cariche elettriche, tutte collocate a distanza di 1 m dall'origine. Calcolate il campo elettrico nell'origine, cercando di fare il minor numero possibile di conti (ragionate piuttosto sulla simmetria: ci sono campi che si cancellano, oppure campi che si rafforzano a vicenda?)

23. Torniamo al problema precedente e immaginiamo di porre nell'origine una particella alfa: qual è la forza cui è sottoposta, e che accelerazione subisce a causa dell'interazione con le 4 cariche elettriche che la circondano?

24. Data una carica sorgente, il campo elettrico che essa produce ha intensità costante su tutti i punti di una superficie sferica che ha il centro nella sorgente. Se $Q = 5 \mu\text{C}$, qual è l'intensità del suo campo elettrico nei punti di una superficie sferica di raggio 1 m con centro in Q ? Qual è l'area di questa sfera? (ricorda che l'area di una superficie sferica si calcola con il termine $4\pi r^2$, dove r è il raggio della superficie). Calcola infine il prodotto tra l'intensità del campo e l'area della superficie.

25. Stesso problema visto in precedenza, in particolare stessa carica sorgente $Q = 5 \mu\text{C}$. Questa volta consideriamo una superficie sferica di raggio 2m. Come prima dovete calcolare l'intensità del campo, l'area della superficie, il prodotto dei due termini.

26. Un dipolo è formato da due cariche opposte di $1 \mu\text{C}$, separate da una distanza di 2 cm. Consideriamo un punto P sull'asse di simmetria del dipolo, distante 1 cm dal suo centro. Quanto è intenso il campo elettrico che la carica positiva provoca nel punto P? Qual è la sua direzione? Quanto è intenso e che direzione ha il campo generato nel punto P dalla carica negativa? Quanto è intenso e che direzione ha il campo complessivo nel punto P?

27. Stesso problema visto in precedenza. Questa volta consideriamo un punto Q dieci volte più lontano dal centro. Naturalmente ci aspettiamo che il campo abbia un'intensità più piccola: quante volte più piccola? E se la distanza diventa 100 volte più grande, come diventa l'intensità del campo?

28. Una massa di 5 kg, collocata in cima ad una torre, ha un'energia potenziale gravitazionale di 1200 J rispetto al livello del terreno. Qual è il potenziale gravitazionale in cima alla torre? Quanto è alta la torre?

29. Sul pianeta Nettuno una sonda di massa 750 kg, distante 8 m dal terreno, avrebbe un'energia potenziale gravitazionale di 67 kJ. In base a queste informazioni determina l'intensità del campo gravitazionale di Nettuno, cioè l'accelerazione di gravità vicino alla sua superficie.

30. Il Monte Bianco è alto 4800 m circa. Quanto vale il potenziale gravitazionale sulla sua cima, misurato rispetto al livello del mare? Qual è l'energia potenziale gravitazionale di un alpinista di massa 75 kg che si trova sulla sua cima?

31. Una carica di prova di $2 \mu\text{C}$, posta in un punto P vicino all'armatura negativa di un condensatore, ha un'energia potenziale elettrica di 12 μJ . Quanto vale il potenziale del punto P rispetto all'armatura negativa?

32. Se il punto P dell'esercizio precedente dista 5 mm dall'armatura negativa del condensatore, qual è l'intensità del campo elettrico al suo interno? Se le armature distano 1 cm, qual è la differenza di potenziale tra di esse?

Per calcolare il potenziale gravitazionale vicino alla superficie della Terra possiamo usare la formula $V = gh$ (dove h indica la distanza dalla *superficie* della Terra), che fornisce una buona approssimazione quando h è molto piccolo rispetto al raggio della Terra, quindi il campo gravitazionale della Terra è quasi costante nel tratto preso in considerazione. In caso contrario occorre usare la formula corretta:

$$V(r) = -GM/r + GM/R$$

(dove r indica la distanza dal centro della Terra, R è il raggio della Terra. Il secondo addendo fa sì che il potenziale sia zero sulla superficie della Terra). Negli esercizi che seguono il raggio della Terra è $R = 6.37e3$ km, la sua massa è $M = 5.97e24$ kg, il suo campo gravitazionale vicino alla superficie è $g = 9.78$ N/kg, la costante di gravitazione universale è $G = 6.67e-11$ Nm²/kg².

33. Confronta i risultati ottenuti usando le due formule quando $h = 10$ km (più o meno quella del monte più alto).

34. Confronta i risultati ottenuti quando $h = 430$ km (più o meno la quota a cui orbita la stazione spaziale internazionale ISS).

35. Confronta i risultati ottenuti quando $h = 35.8e3$ km (quella di un satellite geostazionario).

36. Come avete potuto constatare il potenziale approssimato fornisce risultati accettabili a piccole distanze dalla superficie della Terra, poi cresce più rapidamente del secondo a mano a mano che la distanza aumenta. Sapreste spiegare perché ciò accade?

37. Potete usare il codice R che segue per controllare i risultati dei vostri calcoli. Spiegate il significato delle istruzioni che lo compongono, poi correggete gli esercizi che avete appena fatto.

```
R <- 6.37e6
M <- 5.97e24
g <- 9.78
G <- 6.67e-11
Vapp <- function(h) g*h
V <- function(h) -G*M/(R+h)+G*M/R
```

La formula che abbiamo usato negli esercizi precedenti è strutturata in modo che il potenziale sia zero sulla superficie della Terra, e cresca a mano a mano che cresce la distanza da essa, tendendo a un limite $G*M/R$ quando la distanza dalla Terra tende all'infinito. Di solito si preferisce fare una scelta più comoda: si elimina il termine costante $G*M/R$, in modo che il potenziale sia sempre negativo, e cresca con la distanza dalla Terra, fino a ridursi a zero a distanza infinita. La formula per calcolare il potenziale gravitazionale diventa semplicemente:

$$V(r) = -GM/r$$

Dal punto di vista pratico non cambia nulla: quel che importa calcolare sono le differenze di potenziale tra un punto e l'altro, e queste hanno lo stesso valore comunque le si calcoli.

38. La pila di Volta mostrata in figura 38.2 è fatta da 15 elementi sovrapposti. Qual è

la differenza di potenziale che si produce tra i suoi terminali?

39. Un dispositivo elettrico deve essere alimentato con una differenza di potenziale di 12 volt, ma abbiamo a disposizione soltanto delle pile zinco - carbone. Quante ne dobbiamo utilizzare, e come dobbiamo collegarle?

40. Nel filamento di una vecchia lampadina passa una corrente di 0.5 A. Quanti elettroni attraversano ogni secondo una sezione del filamento?

41. Qual è la potenza fornita da una pompa che in due ore solleva 10 m^3 d'acqua ad un'altezza di 7 m?

42. Qual è la potenza fornita da un alimentatore che fa passare nel filamento di una lampadina una corrente di 3.5 A ad una differenza di potenziale di 12 V?

43. La cascata delle Marmore, in Umbria, presenta un salto massimo di altezza 90 m, dal quale cadono 15 m^3 d'acqua al secondo. Qual è la potenza che si potrebbe ricavare da questo salto?

44. Una lampadina d'automobile funziona con una differenza di potenziale di 12 V, fornita dalla batteria che alimenta l'impianto elettrico dell'auto. Se la lampadina assorbe una potenza di 60 W, qual è l'intensità della corrente che la attraversa? Qual è la resistenza della lampadina in queste condizioni di lavoro?

45. Una lampadina di casa funziona con una differenza di potenziale di 220 V, fornita dal gestore del servizio elettrico. Se la lampadina assorbe una potenza di 150 W, qual è l'intensità della corrente che la attraversa? Qual è la resistenza della lampadina in queste condizioni di lavoro?

46. Un resistore è attraversato da una corrente di 3.6 mA quando è alimentato con una differenza di potenziale di 12 V. Quale corrente lo attraversa se lo alimentiamo con una differenza di potenziale di 30 V? Quale potrebbe essere il codice colore che lo contraddistingue?

47. Sul banco di laboratorio sono posati 5 resistori, con i seguenti codici colore: verde blu rosso, arancio bianco arancio, rosso viola giallo, marrone verde rosso, blu grigio marrone. Determinate i rispettivi valori di resistenza.

48. Voglio far passare una corrente di 5 mA in un resistore con la sequenza di colori arancio arancio rosso. Che differenza di potenziale debbo applicare ai suoi terminali?

Se vogliamo acquistare resistori con una tolleranza del 10% non troviamo in commercio qualunque valore di resistenza, ma solo i valori che appartengono a questa serie, chiamata serie E12 perché contiene 12 valori:

10, 12, 15, 18, 22, 27, 33, 39, 47, 56, 68, 82.

I valori sono rappresentati, come abbiamo visto, mediante le prime due bande colorate, mentre la terza banda rappresenta la potenza di 10 per cui occorre moltiplicare il valore. Per esempio: possiamo trovare in commercio una resistenza da 6800Ω , oppure una da 8200Ω , ma non una da 7300Ω .

49. Verificate che, qualunque sia il valore di resistenza che mi occorre, se uso il valore più vicino presente nella serie E12 commetto un errore che non supera mai il 10%.

50. In un circuito elettrico vedo collegati in serie due resistori con i seguenti codici colore: grigio rosso rosso, marrone nero rosso. Qual è la resistenza della serie?

51. In un circuito elettrico vedo collegati in parallelo due resistori identici, con codice colore marrone rosso rosso. Qual è la resistenza del parallelo?

52. Dimostra che collegando in parallelo due resistori con la stessa resistenza R si ottiene una resistenza equivalente $R/2$. Generalizza il risultato: che cosa succede collegando in parallelo un qualsiasi numero n di resistori uguali?

53. In un punto di un circuito elettrico debbo inserire una resistenza da 2350Ω . Il valore che mi serve, quindi, non esiste in commercio. Come posso fare? Quali sono i codici colore dei resistori che scelgo dal cassetto? Come li devo collegare?

54. In un punto di un circuito elettrico debbo inserire un resistenza di 1100Ω , che non esiste in commercio. Che errore commetto se ne uso una da 1000Ω ? E se ne uso una da 1200Ω ? Come posso fare per ottenere quasi esattamente il valore di resistenza che mi serve?

55. Con riferimento alla figura 39.3 montiamo il circuito scegliendo i seguenti valori:

$$E = 12 \text{ V}, \quad R_1 = 680 \Omega, \quad R_2 = 2200 \Omega, \quad R_3 = 3300 \Omega$$

Quanto è intensa la corrente elettrica che circola in ciascun resistore? Qual è la differenza di potenziale ai capi di ciascuno?

56. Con riferimento alla figura 39.4 montiamo il circuito scegliendo i seguenti valori:

$$E = 15 \text{ V}, \quad R_1 = 820 \Omega, \quad R_2 = 1500 \Omega, \quad R_3 = 2700 \Omega$$

Quanto è intensa la corrente elettrica che circola in ciascun resistore? Qual è la differenza di potenziale ai capi di ciascuno?

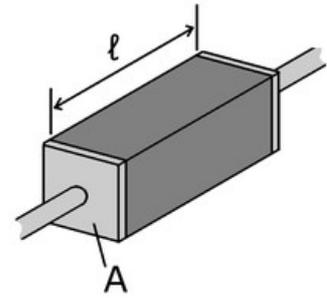
57. Con riferimento alla figura 39.5 montiamo il circuito scegliendo i seguenti valori:

$$E = 15 \text{ V}, \quad R_1 = 1800 \Omega, \quad R_2 = 4700 \Omega, \quad R_3 = 5600 \Omega$$

Quanto è intensa la corrente elettrica che circola in ciascun resistore? Qual è la differenza di potenziale ai capi di ciascuno?

I conduttori con sezione costante hanno una resistenza R direttamente proporzionale alla loro lunghezza l e inversamente proporzionale alla loro sezione A .

La costante di proporzionalità si indica generalmente con ρ , e si chiama *resistività* del materiale di cui è fatto il conduttore. La formula che riassume quanto detto è:



$$R = \rho \cdot l / A$$

Nei libri di Fisica che si pubblicano in Italia questa formula viene spesso chiamata "seconda legge di Ohm". Al di là dei nomi, conviene osservare che la resistività si misura in $\Omega \cdot m$, e rappresenta la resistenza di un improbabile conduttore lungo un metro e con sezione costante di $1 m^2$.

Ecco una tabella che riporta i valori di resistività di alcuni metalli:

materiale	argento	rame	alluminio	ferro	platino
resistività ($\cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$)	1.59	1.68	2.65	9.71	10.6

58. Nell'impianto elettrico domestico, i fili che alimentano i punti luce hanno di norma una sezione di $1.5 mm^2$. Qual è la resistenza di un filo di rame con questa sezione, lungo 10 m?

59. I fili che alimentano forno e piano di cottura elettrici hanno una sezione maggiore, di norma $6 mm^2$. Qual è la resistenza di un filo di rame con questa sezione, lungo 10 m?

60. Mi occorre una resistenza da 1Ω , e per realizzarla ho solo filo di rame di sezione $1.5 mm^2$. Quanti metri di filo devo prendere per ottenere la resistenza voluta?

61. Sapete spiegare perché i fili dell'impianto domestico sono fatti di rame? Per rispondere bisogna tener conto di altri fattori, oltre alla resistività...