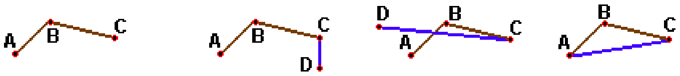
Figure piane

Lunghezze e aree. Triangoli e cerchi.

Scheda **1**

1. Lunghezza di curve

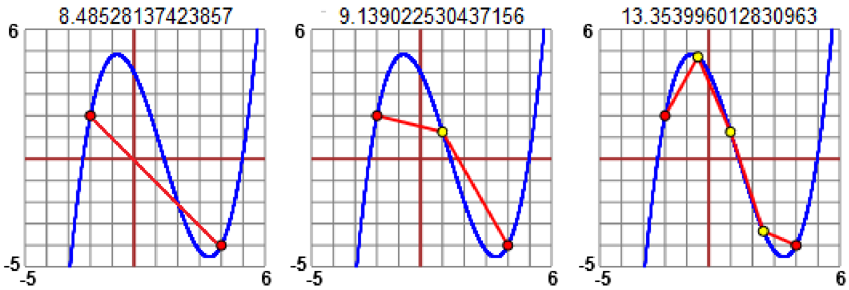
La ➡ *lunghezza di un segmento* è la distanza tra i suoi estremi. Se a un segmento AB unisco un secondo segmento BC che abbia in comune con esso solo il punto B ottengo una figura ABC, la ***spezzata*** *ABC* (la parola "spezzata" richiama il fatto che, se C non sta sulla retta AB, la figura ha l'aspetto di un'asta spezzata nel punto B). Chiamo ***lunghezza*** di ABC la somma delle lunghezze di AB e BC, ossia d(A,B)+d(B,C), ed *estremi* di ABC i punti A e C.



Se ripeto il procedimento unendo man mano un nuovo segmento S che abbia in comune con la spezzata un estremo ed eventualmente un solo altro punto, ottengo una nuova spezzata che ha come *lunghezza* la somma della lunghezza della vecchia spezzata e della lunghezza di S. Sopra sono raffigurate tre possibili spezzate ABCD: nella prima CD ha solo C in comune con la spezzata ABC, negli altri due casi CD ha in comune con essa anche un altro punto.

In particolare nell'ultimo caso (in cui D è A) la spezzata ABCA costituisce il contorno di un triangolo; la sua lunghezza, d(A,B)+d(B,C)+d(C,A), è il ***perimetro*** del triangolo ABC. Più in generale il perimetro di un *poligono* $P_1P_2\ldots P_n$ è la lunghezza della spezzata $P_1P_2\ldots P_nP_1$. Nel caso di una superficie limitata viene chiamato suo ***perimetro*** la lunghezza della curva che ne è il contorno. Per ora so calcolare il perimetro del cerchio, che, ricordo, viene chiamato *circonferenza*. Nella scheda [La Matematica e lo Spazio 2](#) puoi rivedere come è stata calcolata.

In modo del tutto analogo possiamo calcolare la lunghezza di una qualunque curva. Vediamo, ad esempio, la lunghezza del grafico di **f**: x → x³/4−x²−2·x+4 per x compreso tra -2 e 4.

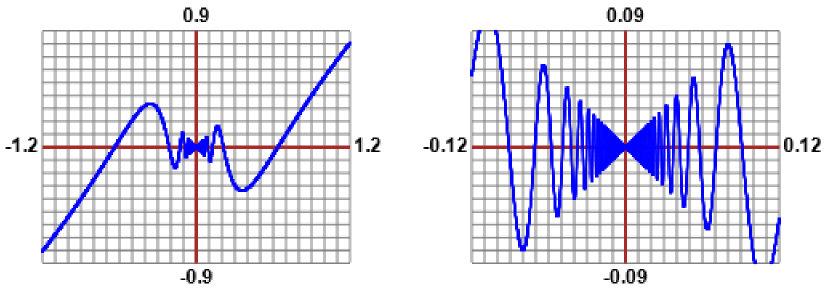


Aumentando il numero **n** delle prove (vedi [**qui**](#) lo script relativo, già impostato per questa curva) otteniamo:

```
    approssimazione             n.prove   variazione dell'uscita
  14.551227745029522  if a=-2 b=4 n=1e4
  14.551227910879609  if a=-2 b=4 n=4e4     [1.6585008744129937e-7]
  14.55122792124531   if a=-2 b=4 n=16e4    [1.0365701186287879e-8]
  14.551227921893368  if a=-2 b=4 n=64e4    [6.4805760757735700e-10]
  14.551227921933227  if a=-2 b=4 n=256e4   [3.9859671119302220e-11]
  14.551227921935402  if a=-2 b=4 n=1024e4  [2.1742607714259066e-12]
```

Fermiamoci qui. La variazione successiva sarà circa 10^{-13}. Arrotondando possiamo prendere 14.55122792194 come approssimazione della lunghezza dell'arco di curva.

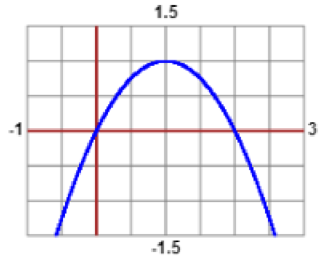
Nella pratica, una curva che occupa uno spazio finito ha lunghezza finita. In matematica, in cui abbiamo a che fare con curve senza spessore, ciò può non accadere. Nell'esercizio **e1** puoi trovare come descrivere matematicamente una curva come quella sottostante (che appare anche zoomata), che tra le ascisse -1.2 e 1.2 ha *lunghezza infinita.*



Due spezzate o due archi di curva uguali o simmetrici hanno ovviamente la stessa lunghezza in quanto ottenibili l'uno dall'altro mediante una *isometria*.

Se sono *simili* e *k* è la scala, poiché la distanza tra due punti sull'una viene moltiplicata per *k* se si passa ai punti corrispondenti sull'altra, *k* è anche il rapporto tra le lunghezze delle due linee. In particolare un ***cerchio*** di raggio R, poiché è simile - con scala R - al cerchio di raggio 1, che ha lunghezza (*circonferenza*) pari a 2π, ha circonferenza pari a 2πR. Vedrai più avanti come determinare la lunghezza di altre curve.

1 Lo script **LenArc** consente di calcolare in modo approssimato la lunghezza di tratti del grafico della funzione $x \to -(x-1)^2+1$. Usalo per calcolarne la lunghezza tra gli input 0 e 2. Dovresti ottenere, arrotondando, 2.957885715089. Prova ad impiegare lo script e giustifica questo valore [*nota:* ci si attende un valore circa uguale a 3 in quanto mezzo quadrato passante per i punti (0,0), (2,0) e (1,1) è lungo $2\cdot\sqrt{2}$ = 2.82…].

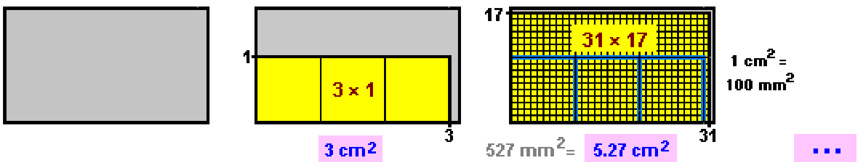


2. Il concetto di area

In Fisica e nella pratica per ottenere una misura approssimata per difetto di una lunghezza conto quante volte posso riportare (senza superare tale lunghezza) degli oggetti dalla forma di *segmento* assunti come unità, ad esempio il *metro* e: il *centimetro*, ottenuto suddividendo il metro in 100 segmenti uguali, il *chilometro*, ottenuto congiungendo 1000 metri, …. Analogamente, per ottenere un'approssimazione per difetto dell'area di una superficie, nei casi più semplici si può contare quante copie di oggetti di forma *quadrata* si possono inserire, senza sovrapposizioni, in tale superficie.

Ad esempio nel caso della superficie rettangolare riprodotta sotto a sinistra, avente i lati lunghi 3.1… cm e 1.7… cm, posso inserire 3 *quadrati di lato 1 cm.* Se chiamo ***cm²*** uno di questi quadrati, posso dire che 3 cm² è un'approssimazione per difetto dell'area del rettangolo considerato.

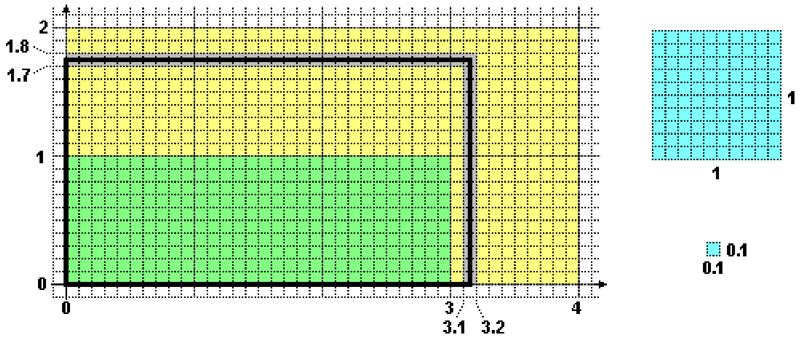
Ma posso inserirvi anche 31 per 17 quadrati di lato 1 mm, ossia prendere 527 mm² come approssimazione per difetto dell'area del rettangolo considerato. Poiché in 1 cm² contiene esattamente 100 mm² e 527/100 = 5.27, posso esprimere questa misura anche come 5.27 cm², valore che potevo ottenere direttamente moltiplicando le approssimazioni per difetto ai centimetri (3.1 e 1.7) dei lati del rettangolo.



In Matematica, dove possiamo supporre di conoscere "esattamente", cioè con tutte le cifre che vogliamo, le lunghezze dei due lati, possiamo ***definire*** *come* ***area*** *del* ***rettangolo*** il prodotto di tali lunghezze: man mano che calcoliamo questo prodotto usando approssimazioni di queste con più cifre otteniamo come risultato una approssimazione via via migliore dell'area.

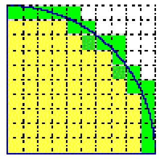
Del resto l'estensione delle operazioni tra numeri interi ad operazioni tra numeri reali si basa proprio sull'idea di trovare modelli matematici per alcune attività di tipo fisico: per sommare lunghezze nel caso dell'addizione e per valutare l'estensione di una superficie rettangolare nel caso della moltiplicazione. Abbiamo usato questa idea anche per illustrare questioni di calcolo approssimato e per motivare alcune proprietà algebriche.

Nel caso di un rettangolo avente lati lunghi 3.1… e 1.7… (in matematica le lunghezze sono numeri, senza unità di misura), possiamo quantificare via via anche la precisione delle misure: l'area è compresa tra 3·1= **3** e 4·2= **8**, anzi tra 3.1·1.7= **5.27** e 3.2·1.8= **5.76**, anzi …



Più in generale, l'***area*** *di una qualunque figura* del piano cartesiano può essere definita come il numero che si ottiene attraverso approssimazioni successive nel modo seguente: • suddivido il piano in quadrati di lato 1 (quelli che hanno vertici nei punti (*m,n*) con *m, n* numeri interi) e conto quanti sono contenuti nella figura, • poi suddivido questi quadrati in 100 quadratini, ossia suddivido il piano in quadrati di lato 0.1, calcolo quanti sono quelli contenuti in essa e divido questo numero per 100 (in quanto 1 quadrato di lato 1 contiene 100 quadrati di lato 0.1), • poi suddivido il piano in quadrati di lato 0.01, calcolo quanti ne contiene la figura e divido per 10000, ….

Prima di mettere a punto proprietà che ci consentiranno di procedere in modo più semplice vediamo ancora un esempio: la determinazione dell'area del ***cerchio*** $x^2+y^2=1$ (o meglio, $x^2+y^2\le 1$, dato che ci riferiamo anche ai punti interni). Consideriamo la figura a lato, in cui è considerato un quarto di cerchio; per gli altri tre quarti la situazione è analoga. È illustrato il caso dei quadretti di lato 0.1 e per un quarto di cerchio; per gli altri tre quarti la situazione è analoga. Vi sono 67·4 = 268 quadretti contenuti, per cui 2.68 è una approssimazione per difetto; contando anche i quadretti a cavallo del bordo otteniamo 86·4 = 344 quadretti, per cui 3.44 è una approssimazione per eccesso.



Sotto è riportato che cosa si otterrebbe suddividendo ulteriormente i quadretti:

```
Lato quadretto      <= Area <=
0.1              2.68         3.44
0.01             3.1016       3.1796
```

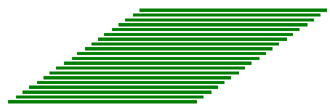
Vedremo, tra poco, che l'area è ***π*** = 3.141593…

3. L'area dei poligoni

Mettiamo a fuoco due proprietà intuitivamente evidenti, che potrebbero essere dimostrate a partire dalla nostra definizione:

- *figure **isometriche** hanno la stessa area* (se con traslazioni, rotazioni e ribaltamenti posso trasformare una figura in un'altra, le due figure sono "sovrapponibili" e quindi di uguale estensione);
- *se unisco delle figure che non hanno punti in comune o hanno in comune figure di area 0* (come un segmento, che ha area 0 poiché non contiene quadretti di lato 0.1, né di lato 0.01, …, ovvero poiché può essere pensato come un rettangolo che ha un lato lungo 0) *ottengo una figura che ha come area la somma delle aree delle figure;* questa proprietà viene chiamata *proprietà **additiva**.*

Consideriamo un parallelogramma (quadrangolo con lati a due a due paralleli) come composto da tante striscioline disposte parallelamente a uno dei lati, ad es. come se fosse realizzato con tante cannucce da bibita. Se facciamo scorrere le striscioline in modo che le loro estremità rimangano allineate, nel corso del movimento il parallelogramma cambia forma ma mantiene (per la proprietà additiva) la stessa area (la somma delle aree di tutte le striscioline).



Indichiamo con ***l*** la lunghezza del lato che rimane fisso e con ***h*** la distanza tra la retta a cui esso appartiene e il lato opposto. Durante il movimento *h* non varia.

Possiamo, in particolare, trasformare (senza mutare l'area) il nostro paralleogramma in un rettangolo avente *l* e *h* come dimensioni.

AreaParallelogramma = AreaRettangolo = *l* · *h*

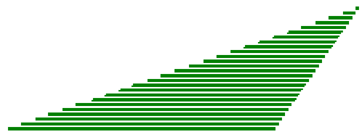
Nell'immagine soprastante il parallelogramma è diposto come se fosse appoggiato sul lato scelto. Se il parallelogramma fosse disposto diversamente potrei comunque posizionarmi (o ruotare il piano) in modo da vederlo appoggiato su tale lato, così da poter pensare *l* come "base" e *h* come "altezza" del parallelogramma. Con questa convenzione la formula precedente può essere riscritta come:

AreaParellogramma = Base · Altezza o:

AreaParellogramma = Lato · AltezzaRelativa

dove con *altezza relativa a un lato* si intende la distanza tra retta a cui appartiene e il lato opposto.

Consideriamo un triangolo come composto da tante striscioline disposte parallelamente a uno dei tre lati, ad es. come se fosse realizzato con tante cannucce da bibita. Se facciamo scorrere le striscioline in modo che le loro estremità rimangano allineate, nel corso del movimento il triangolo cambia forma ma mantiene la stessa area (la somma delle aree di tutte le striscioline).



Indichiamo con ***l*** la lunghezza del lato che rimane fisso e con ***h*** la distanza tra la retta a cui esso appartiene e il vertice opposto. Durante il movimento *h* non varia.

Possiamo, in particolare, trasformare (senza mutare l'area) il nostro triangolo nel triangolo rettangolo pari a metà del rettangolo avente *l* e *h* come dimensioni.

AreaTriangolo = AreaRettangolo / 2 = *l* · *h* / 2

Nell'immagine soprastante il triangolo è diposto come se fosse appoggiato sul lato scelto. Se il triangolo fosse disposto diversamente potrei comunque posizionarmi (o ruotare il piano) in modo da vederlo appoggiato su tale lato, così da poter pensare *l* come "base" e *h* come "altezza" del triangolo. Con questa convenzione la formula precedente può essere riscritta come:

AreaTriangolo = Base · Altezza / 2 o:

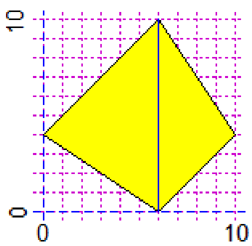
AreaTriangolo = Lato · AltezzaRelativa / 2

dove con *altezza relativa a un lato* si intende la distanza tra la retta a cui esso appartiene e il vertice opposto.

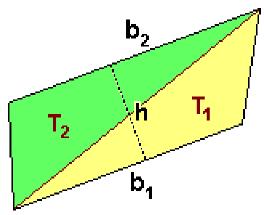
Puoi vedere riassunto quanto detto finora in questo **script**.

L'area di un qualunque poligono, a questo punto, possiamo trovarla facilmente facendo la somma delle aree dei triangoli in cui può essere scomposto. Vedremo, nel prossimo paragrafo, come può convenire fare ciò nel caso dei poligoni regolari e, poi, considereremo un metodo per determinare l'area di un qualunque poligono a partire dalle coordinate dei suoi vertici.

2 Calcola l'area della figura a lato, facendo la somma delle aree di due triangoli in cui può essere scomposta (quelli disegnati o gli altri due).

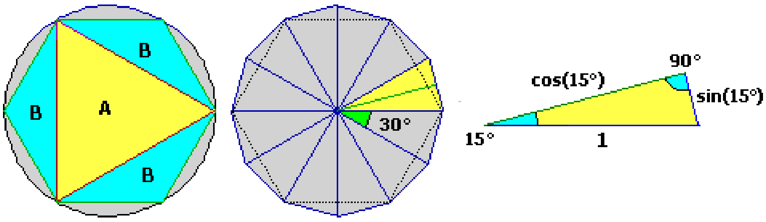


3 L'area di un *trapezio* è determinabile scomponendolo in due triangoli nel modo illustrato a destra. Il procedimento viene spesso memorizzato verbalmente con l'espressione: *somma della basi per altezza diviso due.* Giustifica il procedimento e descrivilo con una formula, utilizzando le variabili impiegate nella figura.



4. *L'area di poligoni regolari, cerchi ed altre figure*

Usando la *proprietà additiva* si poteva pensare il cerchio come l'unione del triangolo equilatero inscritto A sotto raffigurato, e dei triangoli isosceli B inscritti nelle 3 parti non coperte da A, e dei triangoli isosceli inscrivibili nelle 6 parti non coperte neanche da B (quelli che sono stati aggiunti per ottenere la figura sotto al centro), …:

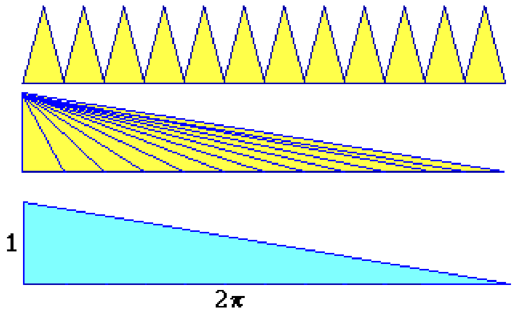


Con la prima unione, in pratica, si passa da un triangolo equilatero a un esagono *regolare* (ossia con lati e angoli uguali), con la successiva si passa a un dodecagono regolare (raffigurato sopra al centro), poi a un poligono regolare a 24 lati, a 48 lati, … che tende a coincidere col nostro cerchio.

Per calcolare l'area di uno di questi *n*-agoni basta (sempre per la proprietà additiva) calcolare l'area di uno degli *n* triangoli aventi un vertice nel centro in cui può essere scomposto l'*n*-agono e moltiplicarla per *n*. Sopra è illustrato come calcolarla nel caso del dodecagono: se considero come base il lato opposto al centro, i triangoli hanno *base* = 2·*sin*(15°) e *altezza* = *cos*(15°), e quindi *area* = *sin*(15°)·*cos*(15°). L'area del dodecagono è quindi 12·*sin*(15°)·*cos*(15°). Per inciso, osserviamo che l'altezza dei triangoli viene chiamata *apotema* del poligono regolare.

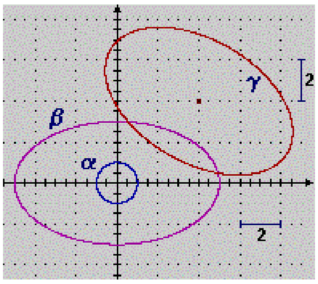
Più in generale l'***n*-agono regolare** ha area $n \cdot sin(360°/(2n)) \cdot cos(360°/(2n))$.

Ma vediamo come è più semplice calcolare l'area di un cerchio, per ora di raggio 1.



Il dodecagono considerato nell'illustrazione precedente può essere scomposto in 12 triangoli uguali, che possono essere trasformati in triangoli di uguale base e uguale altezza tali che la loro unione formi un triangolo della stessa altezza e avente come base il perimetro del poligono. Questo triangolo ha la stessa area del poligono. Posso ripetere questa trasformazione per ogni *n*-agono (a 24, 48, … lati). Man mano che raddoppio i lati del poligono la base di tale triangolo tende a coincidere con la lunghezza del cerchio (2π) e la sua altezza tende a coincidere con il raggio di esso (1), quindi tende a diventare un triangolo che ha area $(2\pi\cdot 1)/2 = \boldsymbol{\pi}$.

Sappiamo che le *trasformazioni di scala* moltiplicano le aree per il prodotto dei due fattori di scala: se una figura contiene Q quadratini, trasformandola ad esempio con la scala orizzontale H (le x vengono moltiplicate per H), l'area di ogni quadratino viene moltiplicata per H e quindi anche l'area della figura viene moltiplicata per H; se la figura subisce anche una trasformazione di scala verticale di fattore K, alla fine la sua area viene moltiplicata per H·K.

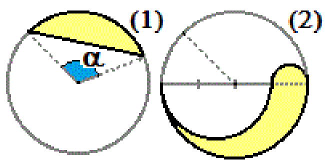


L'***ellisse*** β a lato è ottenuta dilatando orizzontalmente e verticalmente il cerchio α di raggio 1 con fattori moltiplicativi pari, rispettivamente, a 5 e a 3; sopra abbiamo visto che α ha area π; quindi β ha area 5·3π = 15π; γ, ottenuto da β con un movimento, ha la stessa area.

Nel caso di una trasformazione di scala monometrica (K = H), o più in generale di una ***similitudine***, l'area viene moltiplicata per $\mathbf{H^2}$, se H è il fattore di scala. Quindi un ***cerchio*** di raggio R, poiché è simile - con scala R - al cerchio di raggio 1, che ha area pari a π, ha area pari a $\boldsymbol{\pi R^2}$.

Un aspetto collegato è che volendo esprimere in cm² un'estensione di 4 m² non devo moltiplicare 4 per 100 (il fattore di scala tra cm e m) ma per 100² = 10000 (il numero di cm² che stanno in un m²).

Usando la *proprietà additiva* si possono determinare le aree di altre figure.



Ad es. la figura (1) a lato, detta *segmento circolare*, ha area pari a quella dello spicchio (*settore*) di cerchio di ampiezza α meno quella del triangolo avente due raggi e il segmento in comune con la figura come lati; l'area dello spicchio è $\pi R^2\cdot\alpha/360°$; quella del triangolo è $R^2\cdot\sin(\alpha/2)\cdot\cos(\alpha/2)$.

La fig. (2) è un semicerchio di raggio R più un semicerchio di raggio R/4 meno un semicerchio di raggio 3R/4, quindi ha area $\pi R^2\cdot(1+1/16-9/16)/2 = \pi R^2(1-1/2)/2 = \pi R^2/4$.

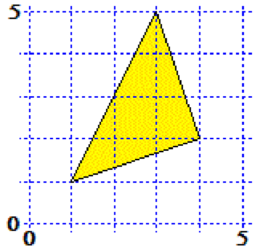
Nel paragrafo "approfondimenti" trovi come dimostrare che il ***poligono*** $P_1P_2\ldots P_n$ (se x_i e y_i sono le coordinate di P_i) ha

$$\textbf{area} = |\,(y_1+y_2)(x_1-x_2) + (y_2+y_3)(x_2-x_3) + \ldots + (y_n+y_1)(x_n-x_1)\,| / 2$$

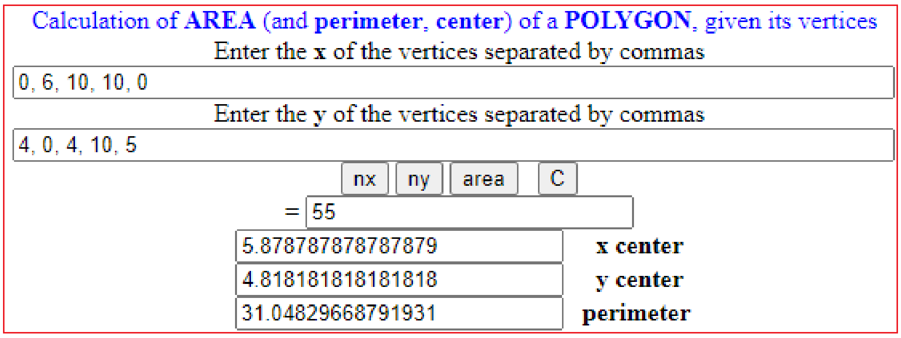
Ovviamente, la formula precedente vale anche se scambio le "x" con le "y": ribaltando la figura attorno alla bisettrice del primo quadrante non ne cambio l'area.

4 **(A)** Il triangolo a lato ha due lati tra loro perpendicolari lunghi √(1+9) = √10, quindi ha area √10·√10/2 = 10/2 = 5. Trova l'area usando la formula precedente e verifica se ottieni lo stesso valore.

(B) Fai una cosa analoga per il poligono del quesito 2.



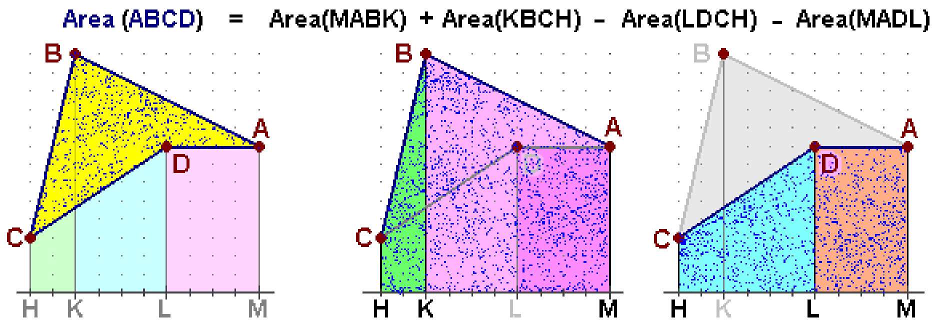
Con lo script **Poligono** possiamo automatizzare il procedimento calcolando l'area di un poligono (oltre al perimetro e al "centroide", ossia alla posizione che avrebbe il "baricentro" se il poligono fosse realizzato con un foglio di lamiera o di cartoncino) a partire dalle coordinate dei suoi vertici.



5 Utilizzando questo script controlla i risultati della parte (A) del quesito precedente.

5. Approfondimenti

Giustifichiamo la formula per la determinazione dell'*area di un **poligono** a partire dalle coordinate dei suoi vertici* considerata alla fine del paragrafo precedente. Riferendoci alla figura seguente, pensiamo il poligono come ABCD come la figura HMABC a cui venga sottratta la figura MADCH, figure entrambe pensabili come unioni di trapezi:



Tenendo conto che le "basi" sono date dalle ordinate e le "altezze" dai Δx, ottengo:

Area = $(y_A+y_B)(x_A-x_B)/2 + (y_B+y_C)(x_B-x_C)/2 - (y_C+y_D)(x_D-x_C)/2 - (y_D+y_A)(x_A-x_D)/2$

ovvero:

Area = $\big((y_A+y_B)(x_A-x_B) + (y_B+y_C)(x_B-x_C) + (y_C+y_D)(x_C-x_D) + (y_D+y_A)(x_D-x_A)\big)/2$

che volendo posso trasformare in $\big(x_A(y_B-y_D) + x_B(y_C-y_A) + x_C(y_D-y_B) + x_D(y_A-y_C)\big) / 2$.

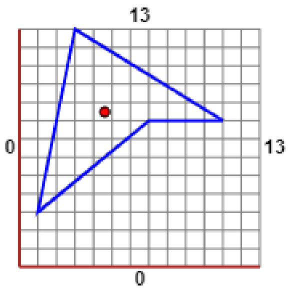
Questa formula per il calcolo dell'area (che ho ottenuto pensando il poligono sopra all'asse x) non cambia valore se traslo il poligono verticalmente, ossia se vario dello stesso numero tutte le y; infatti y_B-y_D, y_C-y_A, … restano invariati. Quindi posso usarla anche se il poligono ha dei vertici sotto l'asse x.

In modo ovvio posso estenderla per calcolare l'area di un generico poligono $P_1P_2…P_n$ (metto il valore assoluto, in modo da considerare anche il caso in cui i vertici siano elencati in senso orario):

$$\text{Area} = |\,(y_1+y_2)(x_1-x_2) + (y_2+y_3)(x_2-x_3) + \ldots + (y_n+y_1)(x_n-x_1)\,| / 2$$
$$\text{Area} = |\,x_1(y_2-y_n) + x_2(y_3-y_1) + x_3(y_4-y_2) + \ldots + x_n(y_1-y_{n-1})\,| / 2$$

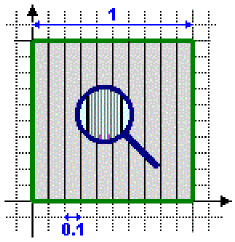
I calcoli sono fattibili facilmente con lo script **Poligono**. Vediamo il caso del poligono precedente, nell'ipotesi che A = (11,8), B = (3,13), C = (1,3) e D = (7,8).

```
nx = 5    11, 3, 1, 7, 11
ny = 5    8, 13, 3, 8, 8
area = 35
perim   = 31.44226983514883
xcenter = 4.619047619047619
ycenter = 8.476190476190476
```



Non tutte le figure hanno un'area.

Ad es. {(x,y) / 0≤x≤1, 0≤y≤1, x numero decimale limitato} è una specie di quadrato costituito da infiniti segmenti verticali aventi per ascisse 0, 0.1, 0.2, … 0.9, 1, 0.01, 0.02, …, 0.09, 0.11, …, 0.19, …, 0.99, 0.001, …, 0.999, …. Non contiene quadrati di lato 1, né di lato 0.1, né di lato 0.01, né …. Infatti ogni quadratino, per quanto piccolo, contiene dei punti con ascissa non decimale limitata. La figura ha dunque area 0?

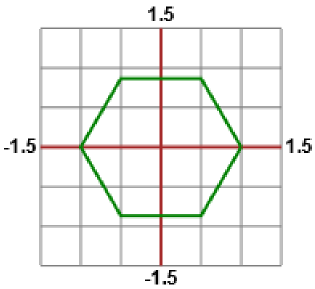


Se considero la figura {(x,y) / 0≤x≤1, 0≤y≤1, x numero non decimale limitato}, che unita alla precedente forma il quadrato {(x,y) / 0≤x≤1, 0≤y≤1}, con un ragionamento simile ho che non può contenere alcun quadrato. Avrebbe allora anche questa area 0. Ma allora il quadrato, per la *proprietà additiva*, dovrebbe avere area 0+0=0, mentre so che ha area 1.

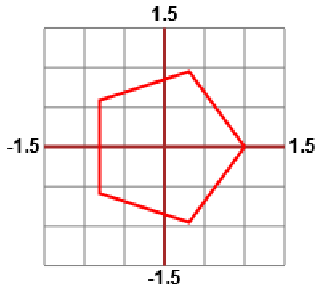
Devo concludere che queste figure sono di superficie non misurabile, altrimenti arriverei a una contraddizione.

6. Esercizi

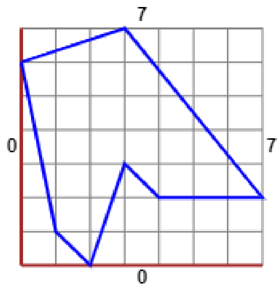
e1 Utilizzando lo script **LenArc**, che è stato opportunamente modificato per studiare la funzione x → cos(1/x)*x se x≠0, 0 → 0, la funzione rappresentata graficamente prima del quesito 1, verifica che l'integrale tra -1.2 e 1.2 di tale funzione non converge (come hai fatto?).

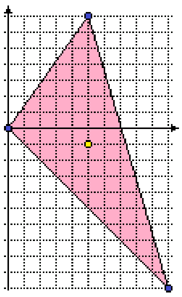


e2 Utlizzando lo script esagono è stata tracciata la figura a sinistra. Come lo devi modificare per ottenere la figura a destra?

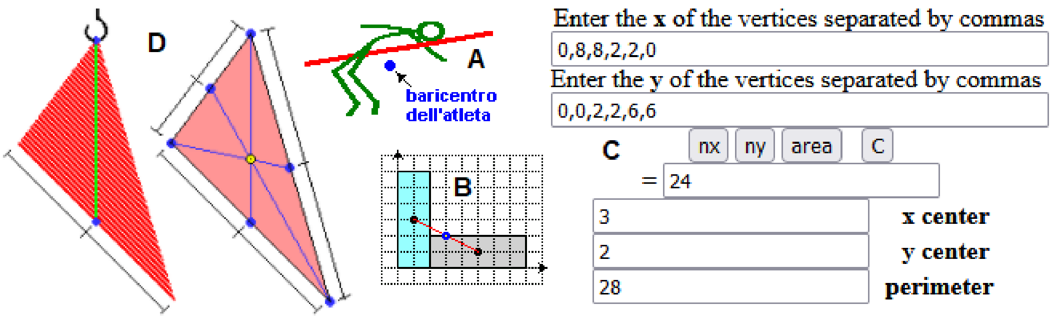


e3 Prova a tracciare con un opportuno script il poligono a fianco. Prova a calcolarne, con un altro script, l'area e il perimetro, e la posizione del centroide





e4 Nel fare una gara di salto in alto (**A**), se siamo bravi, facciamo in modo che il nostro baricentro non superi l'asticella (cerchiamo di inarcarci in modo da mantenere il baricentro basso e dover compiere meno lavoro per vincere il nostro peso). Nel caso della coppia di assi, *uguali* e incollate, raffigurate in **B**, il baricentro, (3,2), oltre che con lo script **Poligono** (vedi **C**) può essere trovato trovando il punto medio dei baricentri delle due assi. Nel caso di una piastra triangolare di spessore costante (vedi **D**) può essere trovato facendo l'intersezione delle ***mediane***, cioè dei segmenti che congiungono un vertice col punto medio del lato opposto. Verifica la cosa nel caso del triangolo raffigurato sotto e riprodotto qui a sinistra confrontando questo metodo con l'uso dello script (quali input introduci?).



1) Segna con l'evidenziatore, nelle parti della scheda indicate, frasi e/o formule che descrivono il significato dei seguenti termini:
lunghezza di un grafico (§1), *area di un rettangolo* (§2), *area di un parallelogramma* (§3), *area di un triangolo* (§3), *area di un'ellisse* (§4), *area di un cerchio* (§4)

2) Su un foglio da "quadernone", nella prima facciata, esemplifica l'uso di ciascuno dei concetti sopra elencati mediante una frase in cui esso venga impiegato.

3) Nella seconda facciata riassumi in modo discorsivo (senza formule, come in una descrizione "al telefono") il contenuto della scheda (non fare un elenco di argomenti, ma cerca di far capire il "filo del discorso").

script: piccola CT grande CT isto isto con % boxplot striscia 100 ordina Grafici GraficD divisori Indet distanza Triang eq.polinomiale eq.nonPolin sistemaLin moltPolin sempliciEq divisori fraz/mcd opFraz SumPro sin LenArc-1 LenArc-q1 areaTri Poligono LenArc-e1 esagono